

MAGYAR ÖRÖKSÉG-DÍJJAL KITÜNTETETT
LÓNYAY UTCAI REFORMÁTUS GIMNÁZIUM



HELYI TANTERV
MATEMATIKA

2023.

NORMÁL TANTERV 5-8. ÉVFOLYAM

<u>5. évfolyam</u>	<u>2</u>
<u>Halmazok</u>	<u>2</u>
<u>Matematikai logika, kombinatorika</u>	<u>3</u>
<u>Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</u>	<u>3</u>
<u>Alapműveletek természetes számokkal</u>	<u>4</u>
<u>Egész számok; alapműveletek egész számokkal</u>	<u>5</u>
<u>Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok</u>	<u>6</u>
<u>Alapműveletek közönséges törtekkel</u>	<u>6</u>
<u>Alapműveletek tizedes törtekkel</u>	<u>7</u>
<u>Egyszerű szöveges feladatok</u>	<u>8</u>
<u>A függvény fogalmának előkészítése</u>	<u>8</u>
<u>Sorozatok</u>	<u>9</u>
<u>Mérés és mértékegységek</u>	<u>9</u>
<u>Térgeometria</u>	<u>10</u>
<u>Valószínűség-számítás</u>	<u>10</u>
<u>6. évfolyam</u>	<u>12</u>
<u>Matematikai logika, kombinatorika</u>	<u>12</u>
<u>Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</u>	<u>12</u>
<u>Egész számok; alapműveletek egész számokkal (ismétlés)</u>	<u>13</u>
<u>Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok (ismétlés)</u>	<u>14</u>
<u>Alapműveletek közönséges törtekkel</u>	<u>14</u>
<u>Alapműveletek tizedes törtekkel (ismétlés)</u>	<u>15</u>
<u>Arányosság, százalékszámítás</u>	<u>15</u>
<u>Egyszerű szöveges feladatok</u>	<u>16</u>
<u>A függvény fogalmának előkészítése</u>	<u>17</u>
<u>Síkbeli alakzatok</u>	<u>17</u>
<u>Transzformációk, szerkesztések</u>	<u>18</u>
<u>Térgeometria</u>	<u>19</u>
<u>Leíró statisztika</u>	<u>19</u>
<u>7. osztály</u>	<u>20</u>
<u>Halmazok, számhalmazok</u>	<u>20</u>
<u>Matematikai logika, kombinatorika, gráfok</u>	<u>21</u>
<u>Számelméleti ismeretek, hatvány</u>	<u>21</u>
<u>Arányosság, százalékszámítás</u>	<u>22</u>
<u>Szöveges feladatok előkészítése</u>	<u>23</u>
<u>A függvény fogalmának előkészítése</u>	<u>23</u>
<u>Síkbeli alakzatok</u>	<u>23</u>
<u>Transzformációk, szerkesztések</u>	<u>24</u>
<u>Térgeometria</u>	<u>25</u>
<u>8. osztály</u>	<u>26</u>
<u>Halmazok, számhalmazok</u>	<u>26</u>
<u>Matematikai logika, kombinatorika, gráfok</u>	<u>26</u>
<u>Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyökök</u>	<u>27</u>
<u>Arányosság, százalékszámítás (ismétlés)</u>	<u>28</u>
<u>Szöveges feladatok</u>	<u>28</u>

A függvény fogalmának előkészítése 29

Síkbeli alakzatok 29

Transzformációk, szerkesztések 30

Térgeometria 30

Leíró statisztika 31

Valószínűség-számítás 31

5. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	10
Matematikai logika, kombinatorika	2
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	8
Alapműveletek természetes számokkal	16
Egész számok, alapműveletek egész számokkal	15
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	15
Alapműveletek közönséges törtekkel	12
Alapműveletek tizedes törtekkel	11
Egyszerű szöveges feladatok	6
A függvény fogalmának előkészítése	4
Sorozatok	8
Mérés és mértékegységek	16
Térgeometria	8
Valószínűség-számítás	10
számonkérés	7
Összes óraszám:	148

Halmazok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

Fogalmak

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenese

Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
 - Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szpontjainak felfedeztetése
 - Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása
- Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra

- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel

Matematikai logika, kombinatorika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal

Fogalmak

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”.

Javasolt tevékenységek

- „Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása

Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

Fogalmak

helyi érték, alaki érték, valódi érték

Javasolt tevékenységek

- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

Alapműveletek természetes számokkal

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

Egész számok; alpműveletek egész számokkal

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejen, írásban
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellel
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10) -tól $(+10)$ -ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése

- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

Fogalmak

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

Javasolt tevékenységek

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel
Adott törtreszek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtreszek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

Alapműveletek közönséges törtekkel

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

Fogalmak

közös nevező

Javasolt tevékenységek

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére „21-es” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

Alapműveletek tizedes törtekkel

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

kerekítés

Javasolt tevékenységek

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

Egyszerű szöveges feladatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcsere
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

A függvény fogalmának előkészítése

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tájékozódás térképen, nézőtérn, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

Fogalmak

koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

Javasolt tevékenységek

- Mozijegyzék, színházjegyzék adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk

Sorozatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

Fogalmak

sorozat, számsorozat, szabály

Javasolt tevékenységek

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Mérés és mértékegységek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát mérésel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

Fogalmak

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

Javasolt tevékenységek

- Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés összterfoglata, a teremben lévő levegő becsült térfoglata...)
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfoglata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfoglata...)
Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Térgeometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése

Valószínűség-számítás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

Javasolt tevékenységek

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippetős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerintek hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

6. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Matematikai logika, kombinatorika	8
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	12
Egész számok, alapműveletek egész számokkal	3

Közönséges törték,tizedes törték, racionális számok	3
Alapműveletek közönséges törtékkel	6
Alapműveletek tizedes törtékkel	3
Arányosság, százalékszámítás	20
Egyszerű szöveges feladatok	14
A függvény fogalmának előkészítése	6
Síkbeli alakzatok	18
Transzformációk szerkesztések	20
Térgeometria	10
Leíró statisztika	10
számonekérés	8
Összes óraszám:	148

Matematikai logika, kombinatorika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállításánál során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Fogalmak

lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

Javasolt tevékenységek

- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezősz felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása

- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

Fogalmak

osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

Javasolt tevékenységek

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

Egész számok; alpműveletek egész számokkal (ismétlés)

Tanulási eredmények

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Alpműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása

Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok (ismétlés)

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megnevezi egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

Fogalmak

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

Javasolt tevékenységek

- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
- Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

Alapműveletek közönséges törtekkel

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok reciprokát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

Fogalmak

közös nevező, reciprok

Javasolt tevékenységek

- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

Alapműveletek tizedes törtekkel (ismétlés)

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, szétagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak

kerekítés

Javasolt tevékenységek

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Arányosság, százalékszámítás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

Fogalmak

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabvány mértékegységei

Javasolt tevékenységek

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás

- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

Egyszerű szöveges feladatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcsere
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

A függvény fogalmának előkészítése

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

Fogalmak

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

Javasolt tevékenységek

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

Síkbeli alakzatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

Fogalmak

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése
Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

Transzformációk, szerkesztések

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

Fogalmak

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

Javasolt tevékenységek

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon
- Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyéltű vonalzó)

Térgeometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek használata

Leíró statisztika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlíttja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdigram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdigram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

Fogalmak

adat, diagram, átlag

Javasolt tevékenységek

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

7. osztály

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	5
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8
Számelméleti ismeretek, hatvány	12
Arányosság, százalékszámítás	18
Szöveges feladatok előkészítése	16
A függvény fogalmának előkészítése	2
Síkbeli alakzatok	15
Transzformációk szerkesztések	10
Térgeometria	14
számonkérés	3
Összes óraszám:	111

Halmazok, számhalmazok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat számegyenesen ábrázol;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megvizsgálása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
Játék makao-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Javasolt tevékenységek

- „Bíróági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása

- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

Számelméleti ismeretek, hatvány

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- **ismeri a hatvány műveletet (pozitív egész kitevőre és 0-ra)**
- **pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;**

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték

Javasolt tevékenységek

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására

Arányosság, százalékszámítás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyletsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Fogalmak

arány, egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom
szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

Szöveges feladatok előkészítése

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- **megismerkedik az algebrai kifejezésekkel**
 - egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
 - egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
 - egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

Fogalmak

változó, együttható, helyettesítési érték, tag, tényező, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; egynemű kifejezések összevonása; zárójelfelbontás, kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

A függvény fogalmának előkészítése

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű grafikonokat jellemez.

Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság

Javasolt tevékenységek

- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása

Síkbeli alakzatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

Fogalmak

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

Javasolt tevékenységek

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalaphoz négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- **Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása**
- Matematikátörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

Transzformációk, szerkesztések

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió

Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria

Javasolt tevékenységek

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése

Térgeometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése
- Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

Fogalmak

hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

Javasolt tevékenységek

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata Tapasztaltszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

8. osztály

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	7
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	10
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	6
Arányosság, százalékszámítás	4
Szöveges feladatok	22
A függvény fogalmának előkészítése	10
Síkbeli alakzatok	5
Transzformációk szerkesztések	10
Térgeometria	6
Leíró statisztika	12
Valószínűség-számítás	12
számonkérés	4
Összes óraszám:	111

Halmazok, számhalmazok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

Fogalmak

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

Javasolt tevékenységek

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaz $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaz $C = \{\text{deltoidok}\}$
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása

Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

Fogalmak

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Javasolt tevékenységek

- NIM játék; táblás játékok
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére

Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezőszorzatát 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényezőszorzat felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezőszorzat felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

Fogalmak

prímszám, összetett szám, prímtényezőszorzat felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke, Pitagorasz-tétel, pitagorasz számhármakok;

Javasolt tevékenységek

- Prímtényezőszorzat felbontás algoritmusának megmutatása
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőszorzattal
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

Arányosság, százalékszámítás (ismétlés)

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

Fogalmak

fordított arányosság, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után

Szöveges feladatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak

ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a

pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

A függvény fogalmának előkészítése

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

Fogalmak

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Javasolt tevékenységek

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

Síkbeli alakzatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a háromszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása

Javasolt tevékenységek

- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllal
- Pitagorasz számhármassok keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren

Transzformációk, szerkesztések

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztaban van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

Fogalmak

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

Javasolt tevékenységek

- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

Térgeometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

Fogalmak

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

Javasolt tevékenységek

- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
- Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson

Leíró statisztika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Javasolt tevékenységek

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

Valószínűség-számítás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

Fogalmak

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

Javasolt tevékenységek

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó

tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

NORMÁL TANTERV 9-12. ÉVFOLYAM

<u>9. évfolyam</u>	<u>1</u>
<u>Halmazok</u>	<u>2</u>
<u>Kombinatorika</u>	<u>3</u>
<u>Számhalmazok, műveletek</u>	<u>3</u>
<u>Hatvány</u>	<u>4</u>
<u>Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során</u>	<u>5</u>
<u>Arányosság, százalékszámítás</u>	<u>6</u>
<u>Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</u>	<u>6</u>
<u>A függvény fogalma, függvénytulajdonságok</u>	<u>7</u>
<u>Geometriai alapismeretek</u>	<u>9</u>
<u>Háromszögek</u>	<u>10</u>
<u>Négyszögek, sokszögek</u>	<u>11</u>
<u>A kör és részei</u>	<u>11</u>
<u>Transzformációk, szerkesztések</u>	<u>12</u>
<u>Leíró statisztika</u>	<u>13</u>
<u>10. évfolyam</u>	<u>15</u>
<u>Matematikai logika</u>	<u>15</u>
<u>Kombinatorika, gráfok</u>	<u>16</u>
<u>Valószínűség-számítás</u>	<u>17</u>
<u>Gyök</u>	<u>17</u>
<u>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek</u>	<u>18</u>
<u>Transzformációk, szerkesztések</u>	<u>19</u>
<u>Trigonometria</u>	<u>19</u>
<u>11. osztály</u>	<u>21</u>
<u>Halmazok, matematikai logika</u>	<u>21</u>
<u>Kombinatorika, gráfok</u>	<u>21</u>
<u>Számelméleti ismeretek, Számhalmazok épülése</u>	<u>22</u>
<u>Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus</u>	<u>23</u>
<u>Exponenciális folyamatok vizsgálata</u>	<u>24</u>
<u>Trigonometria</u>	<u>25</u>
<u>Koordináta geometria</u>	<u>26</u>
<u>Leíró statisztika</u>	<u>27</u>
<u>Valószínűség számítás</u>	<u>28</u>
<u>12. osztály</u>	<u>30</u>
<u>Sorozatok</u>	<u>30</u>
<u>Térgeometria</u>	<u>31</u>

9. évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	14
Kombinatorika	
Számhalmazok, műveletek	25
Hatvány, hatvány azonosságok, nevezetes azonosságok	
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	
Arányosság, százalékszámítás	5
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	14

Geometriai alapismeretek	25
Háromszögek	
Négyszögek, sokszögek	
A kör és részei	
Transzformációk, szerkesztések	
Leíró statisztika	10
Összes óraszám:	111

Halmazok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról

Fogalmak

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

Javasolt tevékenységek

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

Kombinatorika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban

- Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, ismétlés nélküli variáció

Fogalmak: nincs új

Javasolt tevékenységek

- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámolással és a szorzási és/vagy esetsztékválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorika feladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorika feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása

Számhalmazok, műveletek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közösítőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közösítőes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

Fogalmak

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

Javasolt tevékenységek

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

Hatvány

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

Fogalmak

hatványalap, hatványkitevő, normálalak

Javasolt tevékenységek

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

Fogalmak

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

Javasolt tevékenységek

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „lükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

Arányosság, százalékszámítás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből

- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

Fogalmak

egyenyes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléktér, százalékláb

Javasolt tevékenységek

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységarak és fizetendő összegek figyelembevételével

Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg a választ;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Fogalmak

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

Javasolt tevékenységek

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével.

Geometriai alapismeretek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;

- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

Javasolt tevékenységek

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

Háromszögek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalflező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

Fogalmak

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalflező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

Javasolt tevékenységek

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagoraszzi tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Négyszögek, sokszögek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

Fogalmak

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

Javasolt tevékenységek

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

A kör és részei

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- A szög ívmértéke. A radián, mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

Fogalmak

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

Javasolt tevékenységek

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

Transzformációk, szerkesztések

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismer és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolását hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

Fogalmak

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege,

Javasolt tevékenységek

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában

Leíró statisztika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiaagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak

oszlopdiaagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

Javasolt tevékenységek

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

10. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Matematikai logika	20
Kombinatorika, gráfok	
Hatvány, gyök	10
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	21
A függvény (másodfokúval összefüggésben)	
Háromszögek (hasonlósági feladatok)	20
Transzformációk, szerkesztések (hasonlóság)	
Trigonometria	30
Valószínűség-számítás	10
Összes óraszám:	111

Matematikai logika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

Javasolt tevékenységek

- „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Kombinatorika, gráfok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

Fogalmak

gráf, gráf csúcsa, gráf éle, összefüggő gráf, teljes gráf

Javasolt tevékenységek

- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometria eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorbarendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladat szöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Valószínűség-számítás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

Fogalmak

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

Javasolt tevékenységek

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

Gyök

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök / n -edik gyök fogalmát és azonosságait

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A négyzetgyök/ n -edik gyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás/ n -edik gyökvonás azonosságai
- Bevitel a gyökjel alá, kivitel a gyökjel alól. Gyöktelenítés.

Fogalmak

négyzetgyök, n -edik gyök

Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$

Fogalmak

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

Javasolt tevékenységek

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése

Transzformációk, szerkesztések

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)- tétel (párhuzamos szelők, szelőszakaszok, magasság, befogó tétel, körhöz húzott érintő és szelőszakaszok tétele, hasonló síkidomok/testek területére/térfogatára vonatkozó összefüggések) használata nem kötelező, de a hasonló alakzatok felismerésével akár a tétellel is megoldható feladatok megoldása kötelező

Fogalmak

középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

Javasolt tevékenységek

- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

Trigonometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó képleteket
- ismeri és tudja ábrázolni a $\sin$, $\cos$, tg , ctg függvényeket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri szögfüggvények származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a szögfüggvények alapvető (pótszögek, mellékszögek, pitagorasz, negatív szögek) összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét két oldal és közbezárt szög segítségével;
- ábrázolni tudja a trigonometrikus függvényeket

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Szögek szinusa, koszinusa, tangense, kotangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Szögfüggvények közötti összefüggések: pitagorasz összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szögfüggvények általános értelmezése
- 90° és 360° szögfüggvényeinek származtatása a hegyesszögek szögfüggvényei alapján; szögfüggvények előjele a különböző síknyedekben.
- szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása
- Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30° ; 60° ; 45° . (Megtanulandók.)
- Hegyesszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása.
- Háromszögek területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Trigonometrikus függvények ábrázolása

11. osztály

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	10
Kombinatorika, gráfok	20
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	15
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	32
Exponenciális folyamatok vizsgálata	
Trigonometria	15
Koordináta geometria	19
Leíró statisztika	15
Valószínűség-számítás	22
Összes óraszám:	148

Halmazok, matematikai logika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

Fogalmak

logikai műveletek

Javasolt tevékenységek

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

Kombinatorika, gráfok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Fogalmak

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

Javasolt tevékenységek

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kétagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátéka, a tapasztalatok összegyűjtése

Számelméleti ismeretek, Számhalmazok épülése

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prím számok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtenyezős felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-esről különböző alapú számrendszerben

- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Javasolt tevékenységek

- Osztathósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtványok
- Tanulói kiselőadás a 10-esről különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát (ismétlés);
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása (ismétlés)
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Fogalmak

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Javasolt tevékenységek

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-esről eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

Exponenciális folyamatok vizsgálata

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Fogalmak

Nincsenek új fogalmak.

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

Trigonometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Fogalmak

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

Koordinátageometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

Fogalmak

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

Javasolt tevékenységek

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

Leíró statisztika

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

Fogalmak

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

Javasolt tevékenységek

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

Valószínűesszámitás

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

Fogalmak

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Javaolt tevékenységek

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

12. osztály

Témakör neve	Javaolt óraszám
Sorozatok	35
Térgeometria	35
Rendszerező összefoglalás	50
Összes óraszám:	120

Sorozatok

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

Fogalmak

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

Javaolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

Térgeometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometria feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometria feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

Fogalmak

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálóját

Javasolt tevékenységek

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejföldsdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

Összefoglalás, ismétlés

**MATEMATIKA EMELT
ÓRASZÁMÚ KÉPZÉS
HELYI TANTERVE**

5-8.OSZTÁLY

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani, és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok

értelmezésének megismerése nagyban segíthet a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajáttól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességének fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanítás alapvető feladata a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakítása. Életkortól függő szinten rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően „matematikaigényes”, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (például informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív kötődést nagyban segíthetik a matematika-tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport

befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a helyi tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

A gazdasági élet szakember-utánpótlását, illetve a matematikát igénylő, de nem kutatói pályák munkaerő igényeit a normál és a speciális osztályok óraszama közötti, heti 5 órás óraszámú, matematikát emelt szinten tanuló osztályokkal célszerű biztosítani. 5. osztálytól olyan tanulóknak kívánunk magasabb szintű ismerteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. A matematikai tehetség korán megmutatkozik –már ötödik osztálytól érdemes kissé kibővített tananyaggal, magasabb szintű feladatanyaggal tanítani a matematikát.

Ezekben az osztályokban sem hozzuk előre a felsőbb évek témaköreit. Elsősorban a normál osztályok helyi tantervének anyagát bővítjük érdeklődést felkeltő és gondolkodást fejlesztő ismertekkel, kiegészítő anyagrészekkel. **Inkább a feladatanyag szintjét emeltük a tananyag bővítése helyett, azért, hogy a matematikából emelt szintű osztályokba, csoportokba később is be lehessen kapcsolódni.**

Formai megjegyzés a tanterv további részeihez:

A tantervben a 2020-as kerettantervet bontottuk évekre, majd ezt egészítettük ki az emelt óraszámú képzés anyagával. Ezeket **sárgával kiemelten, dőlt betűkkel** jelöltük.

5.évfolyam

Témakörök	emelt óraszám
Halmazok	10
Matematikai logika, kombinatorika	5
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	10
Alapműveletek természetes számokkal	18
Egész számok, alapműveletek egész számokkal	17
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	17
Alapműveletek közönséges törtekkel	15
Alapműveletek tizedes törtekkel	12
Egyszerű szöveges feladatok	8
A függvény fogalmának előkészítése	5
Sorozatok	10
Mérés és mértékegységek	18
Térgeometria	10
Transzformációk, szerkesztések	10
Valószínűség-számítás, statisztika	10
Számonkérés, értékelés	10
Összesen	185

TÉMAKÖR: Halmazok TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját), különbségét képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés egy, kettő, **három** szempont szerint.
- **Adott tulajdonság alapján elemek csoportba foglalása: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről**
- **Halmaz megadása elemek felsorolásával**

- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével. *(Műveletek szemléletes alapon, jelölések nélkül.)*
- *Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon*
- *Ábrák színezése adott feltételek szerint*

FOGALMAK

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, *különbség, komplementer halmaz*, számegegyenes, *számhalmaz*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- *Konkrét elemek három tulajdonság szerinti válogatása, halmazábra készítése.*
- Játék logikai készlettel
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
 - *Állítások igazságtartalmának eldöntése*
 - *Az „és” és a „vagy” használata. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről*
 - *tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;*
 - *Néhány elem sorba rendezése*
 - *összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket*

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.
 - *a megfelelő összeszámlálási módszert kiválasztja, a lehetőségeket átláthatóan felsorolja/ábrázolja*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- *Érvelés gyakorlása*
- *Különböző tulajdonságú számok létrehozása megadott számkártyákból*
- *Az összes eset előállításánál során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás*

FOGALMAK

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”, *lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz.*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- *Számkártyák sorba rendezése megadott tulajdonságok alapján*
- *Logikai versenyfeladatok megoldása páros munkában vagy csoportmunkában*

TÉMAKÖR: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- *ismeri a római számjelek közül az I, V, X, L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben*
- *érti a különböző alapú számrendszerek működését, tízes számrendszerből átváltja a számokat kettes számrendszerbe és fordítva*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- *A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. Megfelelő beosztás választása*
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
- *Számok átváltása tízes alapú számrendszerből kettes alapúba és fordítva.*
- *12-es és 60-as számrendszer nyomai az időmérésben*

FOGALMAK

tízes számrendszer, helyi érték, alaki érték, valódi érték, *számegyenes,* *kettes alapú számrendszer,* római számok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték; bingo játék
 - *Versenyfeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Alapműveletek természetes számokkal

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- írásban *és fejben* összead, kivon, szoroz és oszt;
 - *Osztás, maradékos osztás*
 - *Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel*
 - *Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban*
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
 - *ismerje fel, hogy adott feladatban melyik művelet alkalmazására van szükség*
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
 - a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
 - a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása, szorzása és osztása írásban
- Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű, háromjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerűbb és összetettebb szöveges feladatok matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok

körében

- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
 - Számkirály játék
 - Versenyfeladatok megoldása
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
 - „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
 - A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
 - Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
 - „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét
 - Versenyfeladatok megoldása

TÉMAKÖR: Egész számok; alpműveletek egész számokkal

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat
- abszolútértéket tartalmazó nyitott mondatokat megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
 - *Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése életünkben*
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
 - *Megtakarítás, adósság*
 - *Egész számok a számegyenesen. A számegyenes használata segédeszközként a fogalmak megértésére.*
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejen, írásban
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellel
 - Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
 - Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
 - Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
 - A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
 - Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
 - Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
 - „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

TÉMAKÖR: Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- tört számokat egyszerűsít, bővít és összehasonlít;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közöséges tört és tizedes tört alakját.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása, értelmezése
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

FOGALMAK

közöséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színeztetése; színezett részhez törtszám megnevezése Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színeztetése A téglalapon kívül más alakzatok színeztetése, modellek alkalmazása Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

- *Memória játék törtekkel (tört szám és ábra; tört és tizedes tört)*
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Alapműveletek közönséges törtekkel
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket (összeadás, kivonás, tört szorzása, osztása természetes számmal) a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
 - Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
 - Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

FOGALMAK

közös nevező

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére
 - „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- *Versenypeladatok megoldása.*

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tizedes törteket egyszerűsít, bővít és kerekít
- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz, *oszt pozitív egész számmal*
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
 - a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
 - a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt.
A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
 - *Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: hosszúság, terület, űrtartalom, átváltások.*
 - *Megfelelő számú tizedes jegy értelmes használata.*
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

kerekítés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz

- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Egyszerű szöveges feladatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

FOGALMAK

becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa;
- *Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetőek fel.*
- *I, II, III, IV síknegyed tudatosítása*
- grafikonokról különböző információkat leolvass, grafikonokat készít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
- *Grafikonok ábrázolása és leolvasása.*

FOGALMAK

koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék,
- *sakk*, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- *Táblázatok alapján grafikonok készítése, grafikonok értelmezése, adatok leolvasása.*
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Sorozatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása

- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

FOGALMAK

sorozat, számsorozat, szabály

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése
csoportmunkában Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- *Versenyfeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Mérés és mértékegységek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- *arányos következtetéseket levon és felismer*
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek (téglalap, négyzet) kerületét, területét;
- *ismeri a háromszögek fajtáit, szögeik nagysága szerint csoportosítja őket;*
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat, az űrtartalom és a szögmérés szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- *Szögek fajtái, a szög jelölése, betűzése. Görög betűk.*
- *Fok, szögperc, szögmásodperc*
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és

- szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Háromszögek területét és kerületét meghatározza
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása
- *Adott alakzatok területének meghatározása – az adott egységgel, összehasonlítás, közelítés, számolás*

FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok, szögperc, **szögmásodperc**), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össtérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...) Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
– *Versenyfeladatok megoldása.*

TÉMAKÖR: Térgeometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- *A környezetünkben levő tárgyakon felismeri a vizsgált geometriai fogalmakat*
- *Test, csúcs, él, lap*
- *egyenesek kölcsönös helyzetét felismeri és beazonosítja; merőleges, párhuzamos, kitérő egyenesek,*

merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése

- ismeri a kör részeit. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

FOGALMAK

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés **építőjátékokból**, dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor, dobókocka) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése, **testek szemléltetése**
- **Versenyszervező feladatok megoldása.**

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri az Euklideszi szerkesztés lépéseit, merőlegeseket, párhuzamosakat, szögfelezőt szerkeszt, szöget másol;
- tengelyes tükrözést elvégzi szerkesztő eszközök segítségével.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol
- Különböző adatokból négyzeteket és téglalapokat szerkeszt.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

FOGALMAK

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon

- Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Versenyfeladatok megoldása

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás, statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- **adatokat gyűjt, megfelelő módon szemléltet.**

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése
- **Adatok megfelelő szemléltetése diagramon, átlag kiszámítása.**

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény, adat, diagram, átlag

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkal, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai

- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.
- Az osztályban különböző adatok gyűjtése egymásról, diagramok készítése a gyűjtött adatokról, átlagok kiszámítása.
- *Versenyfeladatok megoldása.*

6.évfolyam

Témakörök	emelt óraszám
Matematikai logika, kombinatorika	12
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	15
Egész számok, alpműveletek egész számokkal (ism.)	5
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok (ism.)	5
Alpműveletek közönséges törtekkel	8
Alpműveletek tizedes törtekkel (ism.)	5
Arányosság, százalékszámítás	25
Egyszerű szöveges feladatok	18
A függvény fogalmának előkészítése	8
Síkbeli alakzatok	22
Transzformációk, szerkesztések	23
Térgeometria	12
Leíró statisztika	12
Számonkérés, értékelés	15
Összesen	185

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, *halmazok*

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.
- *részalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;*
- *véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját), különbségét képezi és ábrázolja konkrét esetekben;*
- *számokat, számalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.*
- *a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;*
- *összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.*
- *elemeket halmazba rendez több szempont alapján, elvégzi és számegyenesen ábrázolja a halmazműveleteket*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- *Definíciók megértése és alkalmazása*
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása

- Az összes eset előállításánál során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- *Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint*
- *Elemek halmazokba rendezése három szempont szerint, halmazábrák készítése, részhalmazok felismerése, számhalmazok ábrázolása számszerűen,*

FOGALMAK

lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz, *halmazműveletek (unio, metszet, különbség, komplementer), részhalmaz*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- *ismeri és alkalmazza a 8-cal, 25-tel, 125-tel való oszthatóság szabályait;*
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja;
- *meghatározza számok közös osztóit, legnagyobb közös osztóját, közös többszörösét.*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- *Számolás maradékokkal*
- *Összeg, különbség, szorzat osztási maradékának megállapítása*
- Osztók, többszörösök meghatározása; *prímtényező felbontás elkészítése*; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- A legnagyobb közös osztó meghatározása

- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel, 10-zel, **25-tel**, 100-zal, **125-tel** való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint
- **A tanultak alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére**

FOGALMAK

osztó, közös osztó, **osztópárok, valódi osztók**, többszörös, közös többszörös, **legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább
- **Eratosztenész szitája**
- **Számok prímtényező felbontása.**
- **Versenyfeladatok megoldása.**

TÉMAKÖR: Egész számok; alpműveletek egész számokkal (ismétlés)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- **abszolútértéket tartalmazó nyitott mondatokat megold;**
- ismeri az egész számokat.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- **Zárójelet tartalmazó művelet sorok átírása**
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- **Versenyszámok megoldása**

TÉMAKÖR: Közös nevezős törtek, tizedes törtek, racionális számok (ismétlés)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közös nevezős tört és tizedes tört alakját.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

FOGALMAK

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Törtök összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása Egyenlő és különböző törték előállítása, összehasonlítása
- Törték szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken
 - *Versenyfeladatok elvégzése*

TÉMAKÖR: Alapműveletek közönséges törtékkel

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok reciprokát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törték körében
 - Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
 - Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

FOGALMAK

közös nevező, reciprok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő

kiválasztása Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor
megalkotása Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

– **Versenyfeladatok megoldása.**

TÉMAKÖR: Alapműveletek tizedes törtekkel

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt.
- A hányadost megbecsüli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

FOGALMAK

kerekítés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- *Versenypeladatok megoldása.*

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben
- *Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok*

FOGALMAK

arány, *arányos osztás*, egyenes arányosság, *törtrész, százalék*, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
- Annak meg tapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel

- való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Egyszerű szöveges feladatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez
- **egyszerű egyenlőtlenségeket megold.**

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megoldását ellenőrzi.
- **alaphalmazt felismeri**

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- **Adatok meghatározása, terv, ábra készítése, becslés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés.**
- **Az ismeretlen mennyiségre kezdetben jelet, majd betűt használhatunk**
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- **Egyenlőségek és egyenlőtlenségek megoldása.**

FOGALMAK

becslés, ellenőrzés, **egyenlet, azonosság, egyenlőség, egyenlőtlenség**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a

- gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal
- *Versenyfeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- *megfeleltetéseket ábrázol a derékszögű koordináta-rendszerben;*
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját
- *sorozatokat felismer, alkot és folytat*
- *sorozat megadása szabállyal*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- *Függvényszemlélet előkészítése*
- *Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű-koordináta-rendszerben*
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése, *értelmezése*
- *Megfeleltetések ábrázolása*

FOGALMAK

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon, *sorozat*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a tárrsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása
- *Arányos mennyiségek, adatok grafikus ábrázolása*

- Algoritmusok játékokon keresztül
- Sorozatok játékokon keresztül
- Versenyfeladatok megoldása

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget, *a derékszögű háromszöget*;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség;
- ismeri a szabályos sokszögeket és tulajdonságaikat, területüket meghatározza háromszögekre bontással;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat
- *sokszögek területét meghatározza átdarabolással*
- *háromszögeket szerkeszt.*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- *Pont, sík, tér, dimenziók*
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső *és külső* szögek összege, háromszög- egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása
- *Szabályos sokszögek és tulajdonságaik ismerete*

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, tér, félegyenes, szakasz, szög, síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet, trapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése
- Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- *Háromszög szögeinek meghatározása méréssel*
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék
- *Versenypeladatok megoldása.*

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol, *nevezetes szögeket megszerkeszt*;
- *tengelyes tükrözés és középpontos tükrözést elvégez.*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükrképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek

- szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése
- *Szerkesztési feladatok az egyenlő szárú háromszög tulajdonságai alapján*

FOGALMAK

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes; középpontos tükrözés, *egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- *Szimmetrián alapuló játékok*
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyéltű vonalzó)
- *Tükrözés koordináta-rendszerben*
- *Eukleidesz: Elemek - matematikatörténeti ismerkedés*
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Térgeometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában
- egyenes hasáb, kocka és téglatest felszínét, térfogatát kiszámítja
- ismeri a gúlát és annak tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb, gúla kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése
- *Kockák, téglatestek, négyzetes hasábok térfogatának, felszínének kiszámítása*

FOGALMAK

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, *párhuzamos, merőleges, kitérő*, háló,

nézet, gömb, gúla, felszín, térfogat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
Zsinóros térgeometriai modellek használata
- Az osztályteremben téglatestek felfedése, felszínük, térfogatuk kiszámítása
- Versenyfeladatok megoldása.

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiaagram, kördiaagram, vonaldiaagram, pontdiaagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiaagram és oszlopdiaagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

FOGALMAK

adat, grafikon, diagram, átlag

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos

- felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- **Versenypeladatok megoldása**

7.évfolyam

Témakörök	emelt
Halmazok, számhalmazok	8
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	12
Számelméleti ismeretek, hatvány	30
Arányosság, százalékszámítás	22
Szöveges feladatok előkészítése	25
A függvény fogalmának előkészítése	8
Síkbeli alakzatok	30
Transzformációk, szerkesztések	15
Térgeometria	20
Számonkérés, értékelés	15
Összesen	185

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat számegyenesen ábrázol;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
 - Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

FOGALMAK

üreshalmaz, részhalmaz, kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió; természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése

- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók
- Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtagasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése
- Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összesszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összesszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”; gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési

- lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetőségek útvonalak összeszámlálása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal
- **Versenyszámok megoldása**

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a hatvány műveletet (pozitív egész kitevőre és 0-ra)
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- **Oszthatóság tulajdonságai, relációtulajdonságok**
- **Számolás maradékokkal, hatványok osztási maradékának megállapítása. Negatív maradékok használata. Többféle maradék együttes számolása**
- **Oszthatósági szabályok rendszerezése. Oszthatóság az alap hatványainak osztóival. Oszthatóság az alap kisebb szomszédjának osztóival. Oszthatóság az alap nagyobb szomszédjának osztóival. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel.**
- **Négyzetszámok maradékai.**
- **Számjegyes feladatok.**
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- **Relatív prímek**
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- **Négyzetszámok törzstényező alakja**
- **Hatványozás azonosságai: Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása. Hatvány hatványozása.**
- **A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány. Permanencia-elv**
- **Tökéletes szám fogalma és története**
- **Barátságos szám fogalma és története**

FOGALMAK

osztó, maradék, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték; prímszám, összetett szám,

prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, *relatív prím, számrendszer*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- *Számelméleti alapú játékok*
- *Prímek szerepe titkosításban, kódolásban*
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

FOGALMAK

arány, egyenes arányosság, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok előkészítése
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megismerkedik az algebrai kifejezésekkel
- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- **Képletek értelmezése**
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, tag, tényező, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés, egynemű kifejezések összevonása; zárójelfelbontás; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával
- *Versenyfeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- *Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Változatos példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre*
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben

A TÉMAKÖR TANULÁSA EREDMÉNYEKÉNT A TANULÓ:

egyszerű grafikonokat jellemez

képletbe való behelyettesítéssel tud ábrázolni lineáris, abszolútérték és másodfokú függvényeket táblázat segítségével

FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása
- *Versenyfeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit
- különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- *Nevezetes ponthalmazok.*
- *Egyenlőtlenséggel meghatározott térelemek:*
- *adott térelemtől adott értéknél kisebb, nagyobb távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben;*
- *két térelem közül az egyiktől kisebb, nagyobb távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben.*
- *Szögpárok. Csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek, párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek.*
- Háromszögek külső szögeinek összege
- *Néhány nevezetes háromszög tulajdonságai.*
- *30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek.*
- *A háromszög köré írható köre. A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontra illeszkednek.*
- *A háromszög beírható köre. A háromszög szögfelezői egy pontra illeszkednek.*
- *Háromszögek további nevezetes vonalai, pontjai, körei. (Bizonyítás nélkül.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Középvonalak.*
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.
- *Négyszögek középvonalai*
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- *Sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.*
- *Sokszögek kerülete, területe*
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szelű papírcsík-ból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- *A háromszögek egybevágóságának alapesetei.*
- *Egybevágóságon alapuló számítási, szerkesztési feladatok.*

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- *Geogebra szoftver használata*
- *Versenyszakaszok megoldása*

TÉMAKÖR: Térgeometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése
- Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

FOGALMAK

hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a

testek kiválasztása)

- Hasáb alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)
- *Versenyfeladatok megoldása*

8.évfolyam

Témakörök	emelt
Halmazok, számhalmazok	10
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	14
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	15
Arányosság, százalékszámítás (ism.)	5
Szöveges feladatok	40
A függvény fogalmának előkészítése	25
Síkbeli alakzatok	10
Transzformációk, szerkesztések	20
Térgeometria	12
Leíró statisztika	12
Valószínűség-számítás	12
Számonkérés, értékelés	10
Összesen	185

TÉMAKÖR: Halmazok, számhalmazok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját), **különbségét** képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- **Adott tulajdonságú objektumok, halmazok konstruálása. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. a benne szereplő számok paritása miatt.)**
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, **különbség**; természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört; **intervallum**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- **Versenypeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
 - összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- **Faktoriális jelölés használata**
- **Kiválasztási feladatok**
- **Hatványok használata az eredmények leírására**
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

FOGALMAK

„minden”, „van olyan”; gráf, gráf csúcsa, gráf éle

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- NIM játék; táblás játékok
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- *Igazmondós, hazudós logikai feladatok*
- *Hétköznapi kommunikációban is (szóban és írásban is) a kvantorok, logikai elemek pontos használata*
- *Versenypeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza
- *véges tizedestört alakú racionális számokat fel tud írni tört és tizedes tört alakban, tud példát adni nem racionális számokra: vannak végtelen nem szakaszos tizedes törtek,*
- *kialakul a valós számok szemlélete: a számegyenesen nem csak racionális szám van.*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása
- *$\sqrt{2}$ szerkesztése*
- *$\sqrt{n}$ irracionális, ha n nem négyzetszám, π irracionális*
- *Számok normálalakja. Műveletek csak egyszerű esetekben. Nagy és kis számok írása.*

FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, **normálalak**, négyzetszám,

négyzetszámok négyzetgyöke; *Pitagorasz-tétel, pitagorasz-i számhármassok; tört, tizedestört, végtelen szakaszos tizedes tört, végtelen nemszakaszos tizedes tört, irracionális szám, valós szám*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám
- *A tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban*
- *Versenyladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás (ismétlés)

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
 - Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása
 - *Százalékszámítás képletének megismerése*

FOGALMAK

fordított arányosság, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei; *százalékszámítás*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes

- mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Szöveges feladatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- **Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Néhány azonos egyenlőtlenség. Törtgyűrthetős egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.**
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- **Egynemű, különemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése.**
- **Műveletek többtagú algebrai kifejezésekkel.**
- **Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés osztása egytagú kifejezéssel. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.**
- **Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a-b)^2$; $(a + b)(a-b)$. Geometria: azonosságok szemléltetése területtel.**
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése
- **Típusfeladatok egyszerű példákkal:**
- **számok helyi értékével kapcsolatos feladatok,**
- **geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok,**
- **fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok,**
- **százalékszámítási feladatok,**
- **keverési feladatok,**
- **együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok.**

- Áremelkedés, árendedmény, kamat.

FOGALMAK

Változó, együttható, helyettesítési érték, egyenmű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés, egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások
- Versenyfeladatok megoldása

TÉMAKÖR: A függvény fogalmának előkészítése
JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- Függvény mint rendezett párok halmaza.
- Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat. Értelmezési tartomány. Értékkészlet. Zérushely. Monotonitás, szélsőérték. (Pontos definíciók nélkül.)
- Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.
- Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$.
- Néhány nem lineáris függvény: x^2 ; $|x|$; $\{x\}$; $[x]$; $\operatorname{sgn} x$.
- képlettel megadott lineáris, másodfokú és abszolútérték függvényeket ábrázol függvénytranszformációk segítségével
- egyszerű grafikonokat jellemez.
- A sorozat mint függvény.
- Sorozatok készítése, vizsgálata.
- A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege.
- A mértani sorozat. A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal. A mértani közép.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása
- *Geogebra szoftver használata függvények ábrázolására.*

FOGALMAK

Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; lineáris függvény, grafikon; függvény monotonitása: nő, csökken, konstans; szélsőérték: minimum, maximum; hely, érték, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása
- *Versenyszakadás megoldása*

TÉMAKÖR: Síkbeli alakzatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a háromszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- *négyzet, téglalap, rombusz, deltoid, paralelogramma, trapéz, kör kerületét, területét képlettel kiszámolja*

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- *Thalész-tétel ismerete és alkalmazása. A kör érintői.*
- *A kör és részei. Kör kerülete, területe*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása

- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagoraszai számhármassok keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
 - **A vektor. Vektorok összeadása, kivonása, szorzása számmal.**
 - **megszerkeszti alakzatok eltoló és elforgatott képét**
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
 - **A hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás.**
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás, **vektor, eltolás, forgatás, hasonlóság**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Térgeometria
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- **henger, kúp hálóját elkészíti**
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- **gúla, henger, kúp felszínét, térfogatát kiszámolja**
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

FOGALMAK

hasáb, gúla, **tetraéder**, **henger, kúp**, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság, **lapátló**, **testátló**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- **Versenyfeladatok megoldása**

TÉMAKÖR: Leíró statisztika
TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon (kör és oszlop) ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram; *átlag, módusz, medián*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
 - Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában
 - *Versenyfeladatok megoldása*

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről
- **Versenyszavazás megoldása**

EMELT ÓRASZÁMÚ KÉPZÉS MATEMATIKA HELYI TANTERVE 9-12. ÉVFOLYAM

Ezt a tantervet olyan tanulócsoporthoz írtuk, amelyekben az átlagosnál nagyobb az érdeklődés a matematika iránt, illetve érettségi után e tantárgyhoz kapcsolódó terveik vannak. Ebbe a csoportba elsősorban azokat a diákokat várjuk, akiknek matematikatudásuk megfelelően megalapozott, általános iskolában nem okozott nekik problémát a tantárgy tanulása, tananyaghoz kapcsolódó feladatokat készség szinten tudnak megoldani.

A matematika tananyagának ún. "spirális felépítése" miatt a 9 – 12. évfolyamon bizonyos ismeretek és az általuk kialakítandó készségek ismételten megjelennek, természetesen mindenütt az életkornak megfelelő szinten.

Ezek a következők:

1. Gondolkodási és megismerési módszerek
2. Számtan, algebra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok
4. Geometria
5. Valószínűség, statisztika

A tantervben leírt, témakörökre vonatkozó sorrendiség megcserélhető, azaz a sorszám nem jelent szigorú sorrendet. Sorrendcsere esetén a felhasználó feladata annak vizsgálata, hogy milyen előzményekre építhet, s milyenekre nem.

Értékelés

Folyamatosan szóbeli és írásbeli feleletekkel, évente 4-5 alkalommal egy-egy egész órás "témazáró" dolgozattal történik.

9. év elején mindenképp hasznosnak tartjuk egy diagnosztikus felmérést végezni az általános iskolai tananyagból, azért hogy lássuk, hogy a 9. évfolyam ismétlő-rendszerező részeiben mivel kell hangsúlyosabban foglalkozni.

A 10. év végén 180 perces ún. "kisérettségit" írnak a tanulók, melyben az iskolánkban töltött 2 év, ill. a matematikával töltött 10 év anyagából elsajátított ismereteikről, tudásukról adnak számot, a "kisérettségi" érdemjegye három jegynek felel meg. Ez érettségi típusú vizsgának számít.

12. év elején, az őszi vizsgaidőszakban próbaérettségit írnak diákjaink a gimnáziumi tananyagból. Erre már előző év során is készítjük tanulóinkat. Az erre adott érdemjegy témazáró értékű.

Osztályozó, pótló és javítóvizsga esetén a kiadott témákból írásbeli dolgozatot írnak diákjaink. Szóbeli vizsga nincs.

Értékelés osztályzattal:

Témazárók, pótló, javító és osztályozó vizsga

Kis érettségi és próba

érettségi esetén: esetén:

0-29% elégtelen
30-49% elégséges
50-74% közepes
75-89% jó
90-100% jeles

0-24% elégtelen
25-39% elégséges
40-59% közepes
60-79% jó
80-100% jeles

Célok és feladatok

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új

fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulása-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvény táblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon, alkalmanként szaktanár jóváhagyásával számonkéréseknél is, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti Alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az

algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása során keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között. **Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalomnak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. Euklidesz, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az ország gazdaságának műszaki, informatikai, és természettudományos pályák iránt megnövekedett kereslete szükségessé teszi, hogy a közoktatásban is nagy számban legyenek olyan osztályok, csoportok, amelyek a matematikát és (vagy) a természettudományokat magasabb szinten tanulják. Működnek ugyan az országban speciális matematika tagozatok heti 6–8 matematikaórával, és ezeknek nagy szerepe van a tudósutánpótlás biztosításában, de ezek számát a jelenlegi 10–12-nél lényegesen többre növelni nem célszerű. A gazdasági élet szakember-utánpótlását a normál és speciális osztályoké közötti, kb. heti 5 órás óraszámú, nagy számban működő emelt szintű osztályokkal célszerű biztosítani.

Ebben a helyi tantervben a négy/nyolc osztályos gimnáziumok olyan tanulóinak

kívánunk magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. Az ország középiskoláinak jelentős részében van egy osztálynyi vagy legalább egy felosztálynyi matematika, illetve természettudományos tárgyak iránt érdeklődő tanuló, akiknek ajánlott kissé kibővített tananyaggal, magasabb szintű feladatanyaggal tanítani a matematikát.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet a matematika iránt érdeklődő tanulók számára választják, és azt, hogy itt heti öt óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt idő hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

Formai megjegyzés a tanterv további részeihez:

A tantervben a 2020-as kerettantervet bontottuk évekre, majd ezt egészítettük ki az emelt óraszámú képzés anyagával. Ezeket **sárgával kiemelten, dőlt betűkkel** jelöltük.

9.évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	25
Kombinatorika	
Számhalmazok, műveletek	25
Hatvány, hatvány azonosságok, nevezetes azonosságok	
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	
Arányosság, százalékszámítás	15
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	30
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	30
Geometria alapismeretek	35
Háromszögek	
Négyszögek, sokszögek	
A kör és részei	
Transzformációk, szerkesztések	
Leíró statisztika	10
Ellenőrzés, számonkérés	15
Összes óraszám:	185

TÉMAKÖR: Halmazok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése, **szimmetrikusdifferencia, Descartes-féle szorzat**
- **Halmazműveletek tulajdonságai**
- **Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.**
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról
- **Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra. Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját. Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen**
- **Matematikatörténet: Georg Cantor.**
- **Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése,**

lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.)

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram;
halmazműveletek: unió, metszet, különbség, *szimmetrikus differencia, Descartes szorzat*,
komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

TÉMAKÖR: Kombinatorika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, ismétlés nélküli és *ismétléses* variáció, *ismétlés nélküli kombináció*
- *Permutáció, variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül*
- *Jelek használata: $n!$, C_k*
- *Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög.*
- *Matematikatörténet: Blaise Pascal, Erdős Pál.*
- *Néhány kombinatorikus geometriai feladat. n pont maximum hány egyenest határoz meg? n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet? n egyenes maximum hány részre osztja a síkot?*
- *a teljes indukció módszerét és változatait kombinatorikai és gráfelméleti feladatokban alkalmazza;*
- *kombinatorikus interpretációval igazol azonosságokat;*
- *a binomiális együtthatókat megbízhatóan használja kombinatorikai és algebrai feladatokban;*

FOGALMAK

permutáció, variáció, kombináció

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása

- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása

TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közösítő tizedes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közösítő tizedes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokjának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyiértékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

TÉMAKÖR: Hatvány

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajítani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

TÉMAKÖR: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, **kifejezések hatványa, polinom osztása polinommal**
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
 - Az $(a + b)^2$, az $(a - b)^2$ és az $(a + b)(a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
 - Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- **$(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $(a + b + c)^2$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$**
 - **Utalás $(a + b)^n$ kiszámolásra Pascal-háromszög segítségével.**
 - **Tudja alkalmazni feladatokban az $\mathbb{Q}^n - \mathbb{Q}^n$, illetve az $\mathbb{Q}^{2n+1} + \mathbb{Q}^{2n+1}$ kifejezés szorzattá alakítását.**
 - **Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.**
 - **Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.**
 - **Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra.**
 - **Szélsőérték-feladatok közepek segítségével. Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel**

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „tűkkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.
- Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes,

gyökös)

– Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből

- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyeses arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléktérték, százalékláb

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikus
- **Értelmezési tartomány, illetve értékkészletvizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat megoldása**
- **Abszolút értéket tartalmazó egyenletek (több abszolút értéket tartalmazók is)**
- **Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.**
- **Törtés egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása**
- **Elsőfokú paraméteres egyenletek**
- **Új ismeretlen bevezetése**
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- **Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek**
- **Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszerek.**
- Elsőfokú egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

Elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszerek megoldása.

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete, **pontos definíciója**
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása, **periodicitás, paritás, konvexitás, korlátosság- pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha...**
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, **hatványfüggvények**, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények), **egészrész-, törtrész-,előjel függvény, Dirichlet-féle függvény** grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása
- **Függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának fogalma és alkalmazása.**
- **Függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalma, alkalmazása**
- **Inverzfüggvény fogalma, alkalmazása.**
- **Összetett függvény fogalma, képzése, ábrázolása.**
- $c \cdot f(x + b) + d$ és $c \cdot f(ax) + d$ ábrázolása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, **paritás, korlátosság, konvexitás, periodicitás**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal

kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában

- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvényekkel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével.

TÉMAKÖR: Geometria alapismeretek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
 - Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
 - Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsházok, egyállású szögek, váltószögek
 - A szakaszfelező merőleges és a szögfelező, mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete
 - Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
 - Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása
 - *Nevezetes pontthalmazok rendszerezése.*
 - *adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben;*
 - *két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Parabola, forgási paraboloid.*
 - *Egyenlőtávolsággal meghatározott pontthalmazok.*
 - *Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek.*
 - *Matematikatörténet: Descartes.*
 - *Két vagy három feltételnek megfelelő pontthalmazok szerkesztése.*
 - *kitérő egyenesek távolságának és hajlásszögének meghatározása*

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsházok, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

TÉMAKÖR: Háromszögek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.
- Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása és **bizonyítása**: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör, **hozzáírt kör**
- **Euler-egyenés és Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal**
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- **A Pitagorasz-tétel bizonyítása és megfordításának bizonyítása**
- Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban.
- **Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög?**
- **Két pont távolsága koordináta-rendszerben.**
- **A paralelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével. Négyyszög átlói merőlegességének feltétele.**
- **Matematikatörténet: Pitagorasz.**
- Háromszög területének kiszámítása **változatos módszerekkel**
- **Háromszög területképleteinek bizonyítása**

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TÉMAKÖR: Négyyszögek, sokszögek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.
- Származtatott mértékegységeket átvált;

- sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással
- **nevezetes négyszögek területének bizonyítása**

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: A kör és részei

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.
- Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- **A szög ívmértéke. A radián, mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.**
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körívk területével
- Kör, körívk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete, alkalmazása **és bizonyítása**, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- **A kerületi és középponti szögek tételének és a kerületi szögek tételének bizonyítása és alkalmazása**
- **Látókör fogalmának ismerete és használata**
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel **és megfordításának** bizonyítása
- **Húrnégyszög-, érintő négyszögekre vonatkozó tételek és bizonyításuk, megfordításuk ismerete**
- **Matematikatörténet: Thalész**
- **Szerkesztési és bizonyítási feladatok.**
- **Körérintő szerkesztése.**

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- **Merőleges vetítés alkalmazása feladatokban**
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai, **pontos definíciója**
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- **Sokszögek egybevágóságának feltételei**
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel;
- **diszkusszió**

- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- **Geometriai szélsőérték-feladatok. Minimális utak meghatározása**
- **Háromszögbe írt minimális kerületű háromszög.**
- **Izogonális pont.**
- **Geometriai transzformációk és függvények kapcsolatának ismerete**
- **Példák térbeli egybevágósági transzformációkra**

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege,

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzfordatós, színezős) páros munkában

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

FOGALMAK

oszlopdigram, kördiagram, átlag, medián, módusz, **szórás**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI A 9. ÉVFOLYAM VÉGÉN:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, pontthalmazokra.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése
- A logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során.
- Konstruktív feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.

Algebra

- Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
- Számok normálalakja, normálalakokkal végzett műveletek alkalmazása.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. Polinom osztása polinommal
- Első- és abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
- Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek.

- A számológép használata.
- Függvények, sorozatok
- A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás.
 - A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
 - Függvénytranszformációk elvégzése.
 - Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

Geometria

- Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pontthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei).
- Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.

Statiztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, szórásának meghatározása.

A TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése
- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.

Algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. (Zérushely, monotonitás, szélsőérték, grafikon)
- A tanult alapfüggvények ismerete
- Egyszerű függvény-transzformációk végrehajtása.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pontthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Szimmetria ismerete.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor 19 szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása

(képlet alapján); mértékegységek ismerete.

- A háromszögekkel kapcsolatos egyszerű számítási feladatok elvégzése

Statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.

10. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Matematikai logika	20
Kombinatorika, gráfok	
Hatvány, gyök	
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	60
A függvény (másodfokúval összefüggésben)	10
Háromszögek (hasonlósági feladatok)	60
Transzformációk, szerkesztések (hasonlóság)	
Trigonometria	
Valószínűség-számítás	20
Ellenőrzés, számonkérés	15
Összes óraszám:	185

TÉMAKÖR: Matematikai logika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges fogalmak ismerete. Definíció, tétel, állítás.
- A matematikai bizonyítás fogalma- direkt, indirekt, teljes indukció, skatulyaelv, logikai szita
- Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe.
- Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).
- Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.
- Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.
- Stratégiai és logikai játékok
- Matematikatörténet: Pólya György, George Boole
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban (matematikai szakszavak ismerete: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia)
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

21

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására,

cáfolására

- „Mit állít a szigetlakó?“, „Ki volt a tettes, ha...?“ típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő“
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- *Pascal-háromszög tulajdonságai*
- *Binomiális és polinomiális tétel bizonyítása*
- *Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.*
- *Skatulya elv.*
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására
- *Gráfok összefüggőségi komponensekre bontása és alkalmazása*
- *Gráf vagy komplementere összefüggő*
- *Definiálja és alkalmazza a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, séta, körséta, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráfok. Ismerje az n pontú teljes gráf éleinek a számát. Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést. Bizonyítsa, hogy bármely (legalább kétpontú) egyszerű gráfban létezik két azonos fokszámú pont.*

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle, összefüggő gráf, teljes gráf

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetsztékválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorbarendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

TÉMAKÖR: Gyök

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök / n -edik gyök fogalmát és azonosságait

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A négyzetgyök/ n -edik gyök definíciója
- **$\sqrt{n}$ irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás.**
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás/ n -edik gyökvonás azonosságai
- Bevitel a gyökjel alá, kivétel a gyökjel alól. Gyöktelenítés.
- **A szerkeszthetőség néhány kérdése**
- **A tört kitevőjű hatvány. Permanencia-elv.**

FOGALMAK

négyzetgyök, n -edik gyök

TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;

- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Másodfokú egyenltre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Szélsőérték-feladatok másodfokú függvény vizsgálatával.
- Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás.
- Optimális megoldásokra törekvés.
- Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása, Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Viète-formulák. Szimmetrikus egyenletek. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával.
- Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák
- Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek.
- Esetszétválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése.
- Másodfokú egyenletrendszer.
- Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.
- $\sqrt{x+c} = ax+b$
- Legfeljebb két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek megoldása.

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése

TÉMAKÖR: Geometria-Hasonlóság-Transzformációk, szerkesztések

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai, **pontos definíciója**
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)- tétel (párhuzamos szelők, szelőszakaszok, magasság, befogó tétel, körhöz húzott érintő és szelőszakaszok tétele, hasonló síkidomok/testek területére/térfogatára vonatkozó összefüggések) használata nem kötelező, de a hasonló alakzatok felismerésével akár a tétellel is megoldható feladatok megoldása kötelező
- **A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. A párhuzamos szelőszakaszok tétele.**
- **Szakasz arányos osztása.**
- **Negyedik arányos szerkesztése.**
- **Szögfelező tétel és bizonyítása**
- **Arányossági tételek háromszögekben.**
- **Magasságtétel, befogótétel bizonyítással**
- **A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése.**
- **Egyszerű szélsőérték-feladatok.**
- **Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele és bizonyítása.**
- **Aranymetszés. Kapcsolat a Fibonacci-sorozattal.**
- **Forgatva nyújtás.**
- **Ptolemaiosz tétele.**
- **Matematikatörténet: Ptolemaiosz**
- **További nem távolságtartó transzformációk.**
- **Merőleges affinitás.**
- **Kapcsolat a függvény-transzformációkkal.**
- **Inverzió.**
- **(Csak mint példa nem távolságtartó transzformációra.)**
- **Néhány kapcsolódó tétel.**
- **Ceva és Menelaosz tétele.**
- **Euler tétele a beírt és körülírt kör középpontjának távolságára.**
- **Feuerbach-kör és Euler-egyenes.**
- **(Csak említés szintjén beszélünk róluk)**
- **Matematikatörténet: Euler.**

FOGALMAK

középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

TÉMAKÖR: Trigonometria

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó képleteket
- ismeri és tudja ábrázolni a $\sin$, $\cos$, tg , ctg függvényeket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri szögfüggvények származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a szögfüggvények alapvető (pótszögek, mellékszögek, pitagorasz, negatív szögek) összefüggéseit;

- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét két oldal és közbezárt szög segítségével;
- **szabályos sokszögek területének bizonyítása**
- ábrázolni tudja a trigonometrikus függvényeket

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Szögek szinusza, koszinusza, tangense, kotangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Szögfüggvények közötti összefüggések: pitagoraszai összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szögfüggvények általános értelmezése
- 90° és 360° szögfüggvényeinek származtatása a hegyesszögek szögfüggvényei alapján; szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben.
- **egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása**
- szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása
- Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30° ; 60° ; 45° . (Megtanulandók.)
- Hegyesszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása.
- Háromszögek területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében; **A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével.**
- Trigonometrikus függvények ábrázolása, **transzformálása, jellemzése.**

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI 10. ÉVFOLYAM VÉGÉN

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
- Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltételek felismerése, bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, használata, a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.

Számelmélet, algebra

- Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
- Másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
- Másodfokú paraméteres egyenletek megoldása.
- Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában.
- A számológép használata.

Geometria

- Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
- Hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
- Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.
- Trigonometrikus függvények ábrázolása, transzformálása, jellemzése
- Ceva-, Menelaosz-, Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása.

Valószínűség

- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

A TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás

gondolatmenetének követése.

- Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete.

Számтан, algebra

- Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Geometria

- A körrel kapcsolatos ismeretek használata gyakorlati számításokban.
- A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.

Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).

- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- A háromszögekről tanult ismeretek használata gyakorlati problémák megoldásánál.
- Trigonometrikus függvények ábrázolása, jellemzése

Valószínűség

- Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. Kalsszikus modell használata egyszerű valószínűségi feladatokban.

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására.

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat

a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknál.

Ez a kerettantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Több középiskolában a matematika emelt szintű csoportok tanulói bekapcsolódnak az iskola fakultációs rendszerébe. Ez a 11-12. évfolyamnak szóló kerettantervi fejezet természetesen alkalmas arra, hogy a 11–12. évfolyamos fakultációs csoportokban tanítsák. Ilyen csoportoknál viszont figyelemmel kell lenni arra, hogy ez a tanterv épít az alsóbb évfolyamok emelt szintű tanterveinek néhány elemére. Természetesen ezeket az ismereteket célszerű vagy a 11. év elején, vagy a megfelelő témakör tárgyalása előtt áttekinteni. Ehhez szükség lehet heti egy plusz órára. Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre 15 órát terveztünk.

11. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, matematikai logika	25
Kombinatorika, gráfok	
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	22
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	35
Exponenciális folyamatok vizsgálata	
Trigonometria	35
Koordinátageometria	45
Leíró statisztika	15
Valószínűség-számítás	30
Ellenőrzés, számonkérés	15
Összes óraszám:	222

TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákön keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

logikai műveletek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- **Ismétléses kombináció**
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Fagráf, **kör, séta, út**, teljes gráf, összefüggő gráf, **komplementer gráf, Euler vonal, Hamilton-kör**
- **Matematikatörténet: Euler**

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátssza, a tapasztalatok összegyűjtése

TÉMAKÖR: SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, SZÁMHALMAZOK ÉPÜLÉSE

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prím számok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
- **Számelmélet alaptétele**
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- **Analógiák nem tízes alapú számrendszerek oszthatósági szabályaiban.**
- **NIM játék.**
- **Példák egyéb számokkal (pl. 7-tel) való oszthatóságra tízes számrendszerben.**
- **Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban.**
- **Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban.**
- **Végtelen sok prímszám van. Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről. Kis Fermat-tétel.**
- **Néhány speciális prím: pl. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek, Sophie Germain-prímek**
- **Osztok számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból.**
- **Tudjon n alapú ($n \leq 9$) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni**
- **Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat**
- **Diofantoszi egyenletek, szöveges feladatok megoldása D -i egyenletekkel- csak akkor, ha van rá idő**

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtványok
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát (ismétlés);
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékhez tartozó elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása (ismétlés)
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén

- Az exponenciális függvények ábrázolása, **jellemzése** hagyományosan és számológéppel, a függvények tulajdonságai
- **Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**
- A logaritmus értelmezése
- **Logaritmus azonosságai, Szorzat, hányados, hatvány logaritmusai**
- Áttérés más alapú logaritmusra
- **Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.**
- **A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.**
- **Matematikatörténet: Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.**
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- **Logaritmus függvény ábrázolása, jellemzése**
- **Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.**
- **Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.**
- **Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.**
- **Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél**

FOGALMAK

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoport munkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

TÉMAKÖR: EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: Trigonometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- alkalmazza a szinusz, koszinusz tételt
- megfelelő képlet választása derékszögű és általános háromszögben
- **addíciós képletek használata feladatok megoldásában**

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- **Vektorokról tanultak rendszerező ismételése**
- **Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Merőleges vektorok skaláris szorzata.**
- **Két vektor skaláris szorzatának kifejezése vektorkoordináták segítségével**
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- **Szinusz- és koszinusztétel bizonyítása**
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- **Szögfüggvények és összefüggéseik ismételése, további összefüggések felfedezése**
- **Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, egy szög kétszeresének szögfüggvényei, félszögek szögfüggvényei*, két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása*.**
- **A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása.**
- **Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.**
- **Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.**
- **Tangenstétel*.**
- **Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése.**
- **Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.**
- **Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.**
- **Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése**

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

TÉMAKÖR: Koordinátageometria

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Egyértelmű vektorfelbontás tétel ismerete.
- A vektor 90° -os elforgatottjának koordinátái, valamint a skalárszorzat kiszámítása vektorok koordinátaiból.
- A skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tétel
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján, Pitagorasz-tétel alkalmazásának tudatosítása
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Két vektor hajlásszöge, skaláris szorzat használata.
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Szakasz osztópontjainak koordinátái, bizonyítás is.
- Háromszög súlypontjának koordinátái, bizonyítás is.
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens (meredekség). Különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke és használata.
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete és levezetése
- Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban és levezetése.
- Iránytényezős egyenlet és levezetése.
- Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.
- Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlet típus kiválasztása
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- Két egyenes által bezárt szög. Skaláris szorzat használata.
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata.
- Kör és egyenes kölcsönös helyzete.
- A kör érintőjének egyenlete.
- Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.
- A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.
- A parabola tengelyponti egyenlete.
- A parabola $\bar{x}^2 = 2p\bar{y}$ alakú egyenletének levezetése
- Az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal feladatok megoldása
- A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. *
- A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés.
- A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. *

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, **normálvektor**, **irányvektor**, **irányszög**, **iránytangens**, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, **parabola egyenlete**

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása, **összehasonlításuk**
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése
- **A következő fogalmak ismerete és alkalmazása: súlyozott számtani közép, átlagos abszolút eltérés. Az adathalmazt jól jellemző középérték választása, és a választás melletti érvelés. Statisztikai adatokat értelmezése, értékelése, azokról statisztikai következtetések levonása**

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;

- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)
- A binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) értelmezése és alkalmazása
- Feltételes valószínűség
- Matematikátörténet: Pólya György, Rényi Alfréd

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI 11. ÉVFOLYAM VÉGÉN:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.
- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

Számelmélet, algebra

- Prímszám, összetettszám, relatív prím, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, osztók száma
- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma35 megoldása céljából
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése

- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel

Geometria

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

Számtan, algebra

- Prímszám, összetett szám, relatív prím, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, osztók száma
- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete, alkalmazása alap feladatokban.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Trigonometrikus, exponenciális, logaritmusfüggvény értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Az alapfüggvények ábrái és legfontosabb tulajdonságainak vizsgálata (értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás).

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása alapfeladatok megoldásában.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- Szakaszcsozópontja koordinátáinak kiszámítása.
- A kör középponti egyenletének ismerete.
- Az egyenes egy szabadon választott egyenletének a tudása
- Távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben
- Két egyenes metszéspontjának a meghatározása.
- Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata

Valószínűség, statisztika

- A valószínűség matematikai fogalma.

- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni

12. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Sorozatok	30
Határérték, folytonosság, differenciálszámítás	35
Integrálszámítás	55
Térgeometria	
Rendszerező összefoglalás	50
Ellenőrzés, számonkérés	10
Összes óraszám:	180

TÉMAKÖR: Sorozatok

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- *Rekurzív sorozat n -edik elemének megadása*
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- *a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggések levezetése*
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása
- *Véges sorok összegzése.*
- *Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése.*
- *Teleszkópos összegek.*
- *Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal, a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételek alkalmazása, Konvergens és divergens sorozatok.*
- *Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$, $(1 + \frac{1}{n})^n$ sorozatok.*
- *Konvergens sorozatok tulajdonságai.*
- *Torlódási pont.*
- *Konvergens sorozatnak egy határértéke van.*
- *Minden konvergens sorozat korlátos.*
- *Monoton és korlátos sorozat konvergens.*
- *Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.*
- *Végtelen sorok.*
- *Végtelenen sor konvergenciája, összege.*

- Végtelen mértani sor.
- Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.
- További példák konvergens sorokra.
- Teleszkópos összegek.
- Négyzetszámok reciprokeinak összege.
- Példák nem konvergens sorokra.
- Harmonikus sor.
- Feltételeken konvergens sorok.

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: Folytonosság, differenciálszámítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- Ismeri és alkalmazza függvények vizsgálatának új módszerét. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának ismerete. A differenciálszámítás módszereinek használta a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.

Korábbi ismeretek rendszerező ismételése.

Függvény határértéke.

A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.

Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.

A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.

A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke

A függvények folytonossága.

Példák folytonos és nem folytonos függvényekre.

A folytonosság definíciói. A folytonosság szemléletes fogalma.

Intervallumon folytonos függvények.

Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai.

(Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)

Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére.

A függvénygörbe érintőjének iránytangense.

A differenciálszámítás alkalmazása érintő egyenletének felírására

A pillanatnyi sebesség meghatározása

A differenciálhatóság fogalma.

A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény.

Példák nem differenciálható függvényekre is.

Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között.

Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n , trigonometrikus függvények deriváltja.

Műveletek differenciálható függvényekkel.

Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja.

Inverz függvény deriváltja.

$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ bizonyítása

Exponenciális és logaritmushatvány deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályának alkalmazása. Magasabbrendű deriváltak. Matematikátörténet: Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass. A függvény tulajdonságai és a deriváltak kapcsolata.

Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.

A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.

Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)

Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata. Függvényvizsgálat differenciálszámítással.

Összevetés az elemi módszerekkel.

Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.

A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.

FOGALMAK

Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK:-

TÉMAKÖR: Térgometria, integrálszámítás

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.
Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgometria feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete

- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és téreometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

– Cavalieri-elv*

– Csonkagúla csonkakúp térfogat képletének bizonyítása

– Érintőpoliéderek térfogata*

– Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel)*

– A problémához illeszkedő vázlatos ábra készítése, síkmetszet elképzelése, ábrázolása

Integrálszámítás

Bevezető feladatok az integrál

fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület.

A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület.

A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület

alapján. Alsó és felső közelítő összegek.

Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése.

A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is.

Negatív függvény határozott integrálja.

A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása.

Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére.*

Matematikatörténet: Bernhard Riemann.*

Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.

Az integrál mint a felső határ függvénye.

Integrálfüggvény.

Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja.

Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma.

A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál:

hatványfüggvény, polinomfüggvény, trigonometrikus függvények, exponenciális függvény, logaritmikus függvény.

A Newton Leibniz-tétel.

Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel*

*Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler. **

Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása.

*Forgástest térfogatának meghatározása. **

*Henger, kúp, csomkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. **

*Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek. * Néhány egyszerűbb improprius integrál. **

Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.)

** Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. * Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal? **

*... * ha van idő rá*

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csomkakúp, csomkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálóját, *Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton Leibniz-tétel*

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejföldsdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

Összefoglalás, ismétlés

A FEJLESZTÉS VÁRT EREDMÉNYEI 10. ÉVFOLYAM VÉGÉN:

Sorozatok, függvények, az analízis elemei

- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

Geometria

- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

Összességében

A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan

tudjanak megoldani matematikai problémákat.

Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire

A TOVÁBBHALADÁS FELTÉTELEI

Gondolkodási és megismerési módszerek

A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.

Összefüggések, függvények, sorozatok

Számtani és mértani sorozat esetén az n -edik tag, és az első n elem összegének a kiszámítása feladatokban.

Kamatoskamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban

Geometria

Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete. A megismert felszín- és térfogat-számítási képletek alkalmazása egyszerű feladatokban.

Valószínűség, statisztika

Egyszerű klasszikus valószínűség-számítási feladatok megoldása.

Határérték, differenciálszámítás, integrálszámítás

Egyszerű feladatok megoldása.

Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek erre az évre mind érvényesek.