

MAGYAR ÖRÖKSÉG-DÍJJAL KITÜNTETETT
LÓNYAY UTCAI REFORMÁTUS GIMNÁZIUM



HELYI TANTERV
MATEMATIKA

2023.

MATEMATIKA HELYI TANTERV
(emelt óraszám)

5-6. évfolyam

Ennek kapcsán a pedagógiai program és az azok részét képező helyi tantervek készítése előtt pontosan tisztában kell lennünk az emelt szintű oktatás fogalmával és szervezési feltételeivel. Az *emelt szintű oktatás* fogalmát a köznevelési törvény 7. §-a határozza meg, mely szerint „emelt szintű oktatás egy meghatározott tantárgy kerettanterv szerinti magasabb követelményekkel történő tanítása.” A Nemzeti alaptanterv 1. sz. mellékletének I.2.1. fejezete részletezi az emelt szintű oktatás céljait az alábbiak szerint:

„Az emelt szintű (hagyományosan ún. „tagozatos”) szervezési forma a tehetséggondozás sajátos módja, amelynek során az általános iskolában, illetve a középfokú oktatásban egy vagy több meghatározott tantárgy fejlesztési követelményeinek és ismereteinek elsajátítása a kerettantervek által meghatározott, magasabb szintű követelményekkel, emelt óraszámban valósul meg. Ebben a szervezési formában kiemelt hangsúlyt kell helyezni a természettudományok, az idegen nyelvek, illetve a művészeti területek fejlesztésére. Az emelt szintű oktatás esetében 5. évfolyamtól a Nemzeti alaptantervben (Nat) meghatározott órakeret legfeljebb heti két órával megnövelhető.”

Az emelt szintű oktatásról a Nat 7. §-a az alábbiakat rendeli el:

Nat 7. § (3) Ha az iskola emelt szintű oktatást szervez, az emelt szintű oktatásban érintett évfolyamokon és tanulócsoportokban

a) idegen nyelv, matematika, magyar nyelv és irodalom, továbbá nemzetiségi nyelv és irodalom esetén legalább heti öt,

b) minden egyéb tantárgy esetében legalább heti négy tanórai foglalkozást kell biztosítani.

(4) Ha az iskola emelt szintű oktatást szervez, az emelt szintű oktatásban érintett évfolyamokon és tanulócsoportokban több tantárgy együttesét érintő komplex emelt szintű oktatás esetén legalább egy érintett tantárgyra vonatkozóan, legalább a 11-12. évfolyamon a

(3) bekezdés szerinti követelményeket kell érvényesíteni.

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása- tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket

fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megvilágításával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat, és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásától

erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulás módszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat

megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közösleges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közösleges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.* A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az 5–6. osztályos emelt szintű tanterv egy olyan iskolának készült, ahol ebben a korosztályban már kiválasztható egy osztálynyi vagy csoportnyi tanuló, akik az átlagosnál nagyobb érdeklődést tanúsítanak a matematika iránt. Ez a kerettanterv ennek megfelelően az egyes témaköröket az általános iskolában szokásosnál kissé mélyebben tárgyalja. Elsősorban a feladatanyagban, az ismeretek alaposabb indoklásában célszerű az emelt szint lehetőségeit érvényesíteni. Emellett fontos szerepet szánunk a matematikai játékoknak, érdeklődést felkeltő témaköröknek, például matematikatörténeti érdekességek, színezések, szimmetriák.

Természetesen ebben a korosztályban az ismeretszerzés fontos eszköze a próbálgatáson, munkáltatáson alapuló közvetlen tapasztalatszerzés. Ebben az óraszámban már lehetőség lesz a felfedező matematikatanításra.

Az 5–6. évfolyam fontos feladata a biztos számolási tudás kialakítása. Támaszkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat a matematika nyelvén fogalmazzuk meg. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrizzük.

A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti,

része az esztétikai nevelésnek is. A geometriai transzformációk megismeréséhez tevékenységeken keresztül jutunk el.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását. Sejtések, állítások igazságtartalmát vizsgáljuk.

Matematikai játékokkal, matematikatörténeti ismeretekkel, érdeklődést felkeltő konstrukciós feladatokkal segíthetjük a tanulók motivációját, a matematika és a reáltárgyak iránti elkötelezettségét.

Az 5–6. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 370 óra (heti 5 órával, és 37 tanítási héttel számolva)

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	10
Matematikai logika, kombinatorika	10
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	23
Alapműveletek természetes számokkal	23
Egész számok; alapműveletek egész számokkal	23
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	23
Alapműveletek közönséges törtekkel	23
Alapműveletek tizedes törtekkel	18
Arányosság, százalékszámítás	25
Egyszerű szöveges feladatok	27
A függvény fogalmának előkészítése	12
Sorozatok	12
Mérés és mértékegységek	22
Síkbeli alakzatok	30
Transzformációk, szerkesztések	26
Térgeometria	25
Leíró statisztika	10
Valószínűség-számítás	10
Összes óraszám:	352
Ismétlés, számonkérés	18

Tematikai egység címe	Órakeret 5-6. évfolyamra
I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	20
1. Halmazok	10
2. Matematika logika, kombinatorika	10
II. Számtan, algebra	185
1. Természetes számok halmaza, számelméleti alapismeretek	23
2. Alapműveletek természetes számokkal	23
3. Egész számok, alapműveletek egész számokkal	23
4. Közösleges törtek, tizedes törtek, racionális számok	23
5. Alapműveletek közösleges törtekkel	23
6. Alapműveletek tizedes törtekkel	18
7. Arányosság, százalékszámítás	25
8. Egyszerű szöveges feladatok	27
III. Függvények, az analízis elemei	24
1. A függvények fogalmának előkészítése	12
2. Sorozatok	12
IV. Geometria	103
1. Mérések és mértékegységek	22
2. Síkbeli alakzatok	30
3. Transzformációk, szerkesztések	26
4. Térgeometria	25
V. Statisztika, valószínűség	20
1. Leíró statisztika	10
2. Valószínűség számítás	10
ÖSSZESEN:	352
Ismétlés, számonkérés	18
ÖSSZESEN:	370

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni, és a modellekbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejleszteni kell a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Ebben a két évfolyamban sajátítják el egyszerű szöveges feladatok megoldásának néhány stratégiáját: a hétköznapi és gyakorlati problémák megértését és megjelenítését matematikai alakban, az eredmény becslését és ellenőrzését. Tájékozódnak síkban és térben, ismerik az egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat. Tudják a tanult mértékegységeket átváltani. Készség szinten számolnak egész számokkal, és gyakorlottak a racionális számokkal való műveletek végzésében.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

Az 5 – 6. évfolyamon a matematika tantárgy emelt óraszám: 370 óra.

A Kerettanterv a matematika tantárgy tanítására az 5 – 6. évfolyamon alap szinten heti 4- 4 órát biztosít, ezt emeljük fel heti 5-5 órára évfolyamonként egy, emelt matematika óraszámú osztályban.

A felső tagozaton az eddig megszerzett tudást és kompetenciákat kell elmélyíteni és kiterjeszteni. A mindennapi élet problémamegoldásához szükséges képességek és ismeretek elsajátítása mellett legalább ugyanilyen fontos, hogy a matematikatanulás szolgálja egy jól működő gondolkodásmód, egy tanulási stratégia, ítélőképesség, megértés és sok általánosabb pozitív emberi tulajdonság formálását is.

Fontos feladat a tanulás tanítása, az elsajátítás képességének (emlékezet, figyelem, koncentráció, lényegkiemelés stb.) fejlesztése. Meg kell ismertetni a matematika bevált tanulási módszereit.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni.

5. osztály

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	5
Matematikai logika, kombinatorika	5
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	12
Alapműveletek természetes számokkal	12
Egész számok; alapműveletek egész számokkal	12
Közösleges törtek, tizedes törtek, racionális számok	12
Alapműveletek közösleges törtekkel	12
Alapműveletek tizedes törtekkel	9
Arányosság, százalékszámítás	10
Egyszerű szöveges feladatok	10
A függvény fogalmának előkészítése	6
Sorozatok	6
Mérés és mértékegységek	16
Síkbeli alakzatok	10
Transzformációk, szerkesztések	26
Térgeometria	15
Leíró statisztika	7
Valószínűség-számítás	7
Összes óraszám:	176
Ismétlés, számonkérés	9

I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok		Órakeret	
		10	
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata, adatok elhelyezése halmazábrában. Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.		
1. Halmazok		5 óra	
Ismeretek, tanulási eredmények Fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint. Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol.		Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak.	Digitális kultúra: könyvtárszerkezet a számítógépen Természetismeret: élőlények csoportosítása

Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben. Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol. A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése. Halmazábra készítése, számhalmazok szemléltetése számegyenesen, halmazok megadása elemek felsorolásával. Adott tulajdonság alapján elemek csoportba foglalása: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Elemek halmazokba rendezése két vagy három tulajdonság alapján. Halmazábra használata. Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon. Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása.	Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése. Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra. Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása. Játék logikai készlettel.	
2. Matematikai logika, kombinatorika	5 óra	
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg. Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít.	„Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat. „Füllentős” játék csoportban: a csoportok	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés

A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére. Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket. Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása. Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása. Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással. A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata. Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok megismerése. Kis elemszámú halmaz elemeinek sorbarendezése mindennapi életből vett példákkal. Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása. Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.	mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis. Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére. „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább. „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása. Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése. Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában.	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol, állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, egyesítés, közös rész, számegyenes, „igaz”, „hamis”, nyitott mondat, igazsághalmaz, „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”, lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz, unió, metszet, komplementer
II. Számтан, algebra	Órakeret 89 óra
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság). Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése lejegyzése szöveggel, előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata. Matematikai jelek: +, −, •, :, =, <, >, (). A matematika különböző területein az észszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás száz-as számkörben. A szorzó- és bennfoglalótábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend. Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése. Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma. Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejben és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.	
1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	12 óra	
Ismeretek, tanulási eredmények Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenység	Kapcsolódási pontok
A tízes számrendszer. A számokról tanultak ismétlése, a számfogalom fejlesztése milliós számkörben. Helyi érték, alaki érték, valódi érték ismerete, számok kiolvasása. A számok helyesírásának ismerete. <i>Matematikatörténet:</i> a számírás kialakulása, római számok. Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása). Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek,	Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről. Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd	<i>Természetismeret:</i> Magyarország lakosainak száma <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi idő-egyenes.

mértékegységek átváltása). A számegyenes. Számok összehasonlítása. Kerekítés, becslés. Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása. A kerekítés szabályainak ismerete. Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M	kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép? Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték. „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak	
2. Alapműveletek természetes számokkal	12 óra	
Összeadás, kivonás, szorzás. Osztás, maradékos osztás. Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal. Műveletek elvégzése fejben és írásban. Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás	Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal. Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó,	<i>Természetismeret:</i> összehasonlítás, számolás földrajzi adatokkal <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés

esetén is a racionális számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása. Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban. Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Mértékegységek átváltása. Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása.	csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét.	
3. Egész számok. Alapműveletek egész számokkal	12 óra	
Számkörbővítés: miért van szükségünk a negatív egész számokra?	Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal.	<i>Természetismeret; hon- és népismeret: földrajzi adatok vizsgálata</i>

Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben. Ismeri az egész számokat. Meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegyenesen. A számegyenes használata segédeszközként (a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében). Megtakarítás és adósság. A derékszögű koordináta-rendszer. Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetők fel. I., II., III., IV. síknegyed tudatosítása. Példák: színházjegy, sakk, táblázatok, grafikonok. Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek eredményének becslése. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Negatív számok a gyakorlatban: adósság,	Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen. Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket. „Kukás játék”: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét. Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcedulákkal. Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?” „Gazdálkodj okosan!” játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a	<i>Történelem:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel
---	---	--

tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés.	játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása. Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel.	
4. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	12 óra	
Ábrázol tört részeket, meghatároz tört részeknek megfelelő törtszámokat. Érti és alkalmazza a számok helyi értékes	Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez	<i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata

5. Alapműveletek közöségi törtekkel	12 óra	
A törtek értelmezése. Összeadás, kivonás az egészek és a törtek körében. Szorzás, osztás az egészek és a törtek körében (tört szorzása, osztása egész számmal, 0 szerepe a szorzásban, osztásban). Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közöségi tört, vegyes tört. Negatív törtek. Törtek ábrázolása a számegyenesen. Törtek összehasonlítása: először egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében, majd egyszerűsítés vagy bővítés után tetszőleges törtek esetén. Gyakorlás számítógépes szoftverrel. Közös nevező keresése. Törtek szorzása. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal. Műveleti tulajdonságok, zárójelek. Ellenőrzés, becslés. Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján. Alapműveletek elvégzése a közöségi törtek	Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére. „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása.	<i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értéke és a törtszámok a kapcsolata

körében. A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyesalkalmazása. Kapott eredmény ellenőrzése.		
6. Alapműveletek tizedes törtekkel	9 óra	
A tizedes törtek értelmezése, használata. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása. Mértékegységek kifejezése tizedes törtekkel. Tizedes törtek a számegyenesen. Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal. Tizedes törtek összehasonlítása. Számegyenest használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítás. Matematikai jelek használata (<, >, =). Tizedes törtek kerekítése. Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban. Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal. A műveletek elvégzése fejben kisebb számokon. A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése. Számolás negatív tizedes törtekkel is.	Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz. A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtagasztalása mértékegység-átváltás segítségével. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő	<i>Természetismeret; technika, életvitel és gyakorlat; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok használata <i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajz készítésénél a mértékegységek használata, főzésnél a tömeg, az őrartalom és az idő mérése

A műveletek ellenőrzése. Pénzügyi ismeretek: pénzváltás. Az átlag kiszámítása. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése. Tört alakban írt szám tizedes tört alakja. Racionális számok: két egész szám hányadosaként felírható számok. Véges, végtelen szakaszos tizedes törtek előállítása osztással. Számolási készség fejlesztése. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül. Összeg, különbség, szorzat, hányados változásai. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése. Műveleti tulajdonságok.	műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel.	
---	--	--

Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága. Műveletek eredményeinek előzetes becslése, ellenőrzése, kerekítése. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal: természetes szám, racionális szám, pontos szám és közelítő szám. Szabványmértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg. Matematikatörténeti érdekességek: a hatvanas számrendszer kapcsolata idő mérésével. Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás). Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján.		
7. Arányosság	10 óra	
Arányos következtetések. A mindennapi életben felmerülő, egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel.	Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén. Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza),	<i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i> Magyarország térképéről méretarányos távolságok meghatározása; a saját település, szűkebb lakókörnyezet

Egyenes arányosság. A következtetési képesség fejlesztése. Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése. Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete. Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján. Annak megfigyeltetése, hogy az egyik mennyiség változása milyen változást eredményez a hozzá tartozó mennyiségnél. Arányérzék fejlesztése, a valóságos viszonyok becslése települések térképe alapján.	objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges. A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén.	térképének használata. <i>Vizuális kultúra:</i> valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza
8. Egyszerű szöveges feladatok	10 óra	
Szöveges feladatok megoldása. Szövegértés fejlesztése. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó és a mindennapi élet köréből vett szövegek feldolgozása. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése, gondolatmenet tagolása. Emlékezés elmondott, elolvasott történetekre, emlékezést segítő ábrák, vázlatok, rajzok készítése, visszaolvasása.	„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása). <i>Vizuális kultúra:</i> elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel.

Matematikai tartalmú és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással. A megoldás ellenőrzése. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló:	<i>Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</i> érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén, ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben. <i>Alapműveletek természetes számokkal</i> a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. <i>Egész számok; alapműveletek egész számokkal</i> gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli, meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét, ismeri az egész számokat. <i>Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok</i> ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat, érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén, megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját. <i>Alapműveletek közönséges törtekkel</i> elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében,	

	ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat. Alapműveletek tizedes törtekkel gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli, megoldását ellenőrzi. Arányosság felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben, ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén, idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tíz-es számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, osztandó, osztó, hányados, maradék, kerekítés, becslés, ellenőrzés, negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, közös nevező, reciprokok, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, kerekítés, hosszúság, űrtartalom, idő szabványmértékegységei, becslés, ellenőrzés

3. A függvények, az analízis elemei		Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	
A függvények fogalmának előkészítése	6 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes. Megadott pont koordinátáinak leolvasása, illetve koordináták segítségével pont ábrázolása. Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben. Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon. A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása. A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése. Egyszerű grafikonok értelmezése.	A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal. A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése. Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny. „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk. Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése.	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen, fókahálózat, időjárás grafikonok

Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból. Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban. Sorozatok adott szabály szerinti folytatása.	„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása.	
2. Sorozatok	6 óra	
Sorozat megadása a képzés szabályával, illetve néhány elemével. Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése	<i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc:</i> ismétlődő ritmus, tánclépés, mozgás létrehozása, helymeghatározás a sportpályán

A témakör tanulása eredményeként a tanuló: tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa, sorozatokat adott szabály alapján folytat, néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	sorozat, számsorozat, szabály, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon	
IV. Geometria		Órakeret 51 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Körvonal és körlap. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztéskor: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése.	

	A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.	
1. Mérés és mértékegységek	16 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A téglalap, a négyzet kerülete. Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással. Sokszögek kerülete. A kerület mérése, mértékegységei. Méterrúd, mérőszalag használata. A matematika és gyakorlati élet közötti kapcsolat felismerése. A terület mérése, mértékegységei. A téglalap, négyzet területe. Adott alakzatok területének meghatározása – az adott egységgel összehasonlítás, közelítés, számolás. Mérőeszközök használata. Adott alakzatok területének meghatározása méréssel, számolással. Számolási készség fejlesztése.	Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása Sokszögek területének meghatározása átdarabolással	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tapétázás, csempézés <i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták periodikus ismétlése <i>Technika és tervezés:</i> udvarok, telkek kerülete, az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete

2. Síkbeli alakzatok	10 óra	
Síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat. Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése.	Szögek hajtogatása szívszálból. Szögek nagyságának becslése.	
3. Transzformációk, szerkesztések	10 óra	
A sík elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány, síkidom, sokszög, oldal, átló, konvexitás. Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása. A környezetünkben lévő tárgyakon a vizsgált geometriai fogalmak felismerése. Téglalap, négyzet szerkesztése. A tér elemei: sík, test, csúcs, él, lap. Testek építése, szemléltetése. A tanult térelemek felvétele és jelölése. Merőleges egyenesek. Párhuzamos egyenesek. Adott egyenesre merőleges	Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon. Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása. Szimmetrikus alkotások előállítására például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével. Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok	<i>Vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés – forgalmi csomópontok <i>Természetismeret:</i> földrajzi objektumok távolsága <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése, párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek,

szerkesztése. Adott egyenessel párhuzamos szerkesztése. Vízszintező, mérőón. Kitérő egyenesek. Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, pont és sík távolsága. Két egyenes távolsága. Két sík távolsága. Síkídomok, tulajdonságainak vizsgálata, közös tulajdonságok felismerése. A távolság szemléletes fogalma, adotttulajdonságú pontok keresése. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Körző, vonalzó helyes használata, két vonalzóval párhuzamosok, merőlegesek rajzolása. Kör, gömb szemléletes fogalma. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása. Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok. Szakaszfelező merőleges. A szög fogalma, mérése. Szögfajták. A szög jelölése, betűzése. Szögmérő használata. Fogalomalkotás képességének kialakítása, fejlesztése. A problémamegoldó képesség fejlesztése.	kiválasztása. Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó).	bútorok, képkeretek stb. élei) <i>Természetismeret:</i> földgömb <i>Testnevelés és sport:</i> tornaszerek: labdák, karikák stb. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> görög betűk betűinek használata <i>Matematikatörténet:</i> görög betűk használata a szögek jelölésére, a hatvanas számrendszer kapcsolata a szög mérésével
---	---	--

Pontosság igényének fejlesztése. Törekvés a pontos munkavégzésre. Gyakorlati példák a fogalmak mélyebb megértéséhez.		
4.Térgeometria	15 óra	
Kocka, téglatest tulajdonságai, hálója, felszíne. A terület mérése, mértékegységei. A téglalap, négyzet területe. Adott alakzatok területének meghatározása – az adott egységgel összehasonlítás, közelítés, számolás. Mérőeszközök használata. A térfogat, űrtartalom mérése. Mértékegységek. A téglatest térfogata. Mindennapi életben használt tárgyak térfogatának becslése. Építőjátékok. Testek építése, ábrázolása, tulajdonságaik vizsgálata. Rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése. Testek csoportosítása adott tulajdonságok alapján. Térszemlélet fejlesztése térbeli analógiák	Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (atestek kiválasztása). Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése. Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása. Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése. Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók	<i>Technika és tervezés:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése

keresésével.	készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek használata.	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén, síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat, csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint, felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat, a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít, ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol, testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján, ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, merőlegesség, párhuzamosság, szögfajták, távolság, szakaszfelező merőleges, szögfelező, síkidom, sokszög, kör, test, csúcs, él, lap, szög, gömb, szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, kerület, terület, felszín, testek hálója, térfogat	

V. Leíró statisztika		Órakeret 14 óra	
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.		
1. Leíró statisztika		7 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése. Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg. Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás). Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint. Átlagszámítás néhány adat esetén (számtani közép).		Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása). Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában.	<i>Technika és tervezés:</i> menetrend adatainak értelmezése, kalóriatáblázat vizsgálata <i>Digitális kultúra:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés <i>Természetismeret:</i> időjárási átlagok (csapadék, hőingadozás, napi, havi, évi középhőmérséklet)

Az átlag lényegének megértése. Számolási készség fejlődése.		
2. Valószínűség számítás	7 óra	
Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is. Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ. Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek. Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése.	Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal. Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában. Valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő) kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett. A kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád. „Tippelős játék” eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odairja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be;	

	ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével „Bökös játék” csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára). A játék elején mindenkinek van 5 korongja. Körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem. Ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem. Az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai.	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi, valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ.		
Kulcsfogalmak/fogalmak		
A fejlesztés várt eredményei 5. osztály végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése. Két véges halmaz közös részének, illetve uniójának felírása, ábrázolása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. Állítások igazságának eldöntése, igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata. Néhány elem összes sorrendjének felírása.	

A fejlesztés várt eredményei 5. osztály végén	<i>Számtan, algebra</i> Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték felírása. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság felismerése, használata. Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása. Szöveges feladatok megoldása következtetéssel (az adatok közötti összefüggések felírása szimbólumokkal). Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése. A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> Tájékozódás a koordinátarendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. Egyszerűbb grafikonok, elemzése. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén. <i>Geometria</i> Tételek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete. A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák pontos szerkesztése. A körző, vonalzó célszerű használata. Alapszerkesztések: pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges,
---	---

	szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek. A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete. Téglalap és a négyzet kerületének és területének kiszámítása. <i>Valószínűség, statisztika</i> Egyszerű diagramok értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.
Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret (5 %)	9 óra
ÖSSZESEN	185 óra

6. OSZTÁLY

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	5
Matematikai logika, kombinatorika	5
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	11
Műveletek természetes számokkal	11
Egész számok; alpműveletek egész számokkal	11
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	11
Alpműveletek közönséges törtekkel	11
Alpműveletek tizedes törtekkel	9
Arányosság, százalékszámítás	15
Egyszerű szöveges feladatok	17
A függvény fogalmának előkészítése	6
Sorozatok	6
Mérés és mértékegységek	6
Síkbeli alakzatok	20
Transzformációk, szerkesztések	16
Térgeometria	10
Leíró statisztika	3
Valószínűség-számítás	3
Összes óraszám:	176
Ismétlés, számonkérés	9

I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok		Órakeret 10	
Előzetes tudás		Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai		Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.	
1. Halmazok		5 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján. Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol. Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és		Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak. Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése.	

ábrázolja konkrét esetekben. Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol. Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint. Halmazábra készítése. Számhalmazok szemléltetése számegyenesen. Részhalmazok felismerése ábráról. Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.	Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra. Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán. A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása. Játék logikai készlettel.	
2. Matematikai logika, kombinatorika	5 óra	
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg. Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít. A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére. Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket. Változatos tartalmú szövegek értelmezése.	„Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat. Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére. „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés

Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; nem; és; vagy; minden; van olyan, legalább, legfeljebb). Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása. Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással. A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata. Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok. Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal. Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása. Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.	„Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább. „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása. Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése. Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában.	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol, állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, számegyenes, „igaz”, „hamis”, nyitott mondat, igazsághalmaz, „és”, „vagy”, „legalább”, „legfeljebb”, lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz
II. Számтан, algebra	Órakeret 96 óra
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság). Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata. Matematikai jelek: +, −, •, :, =, <, >, (). A matematika különböző területein az észszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás száz-as számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend. Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése. Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma. Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.
A tematikai egység	Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése,

nevelési-fejlesztési céljai	készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelt és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.		
1. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	11 óra		
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok	
Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezősz felbontását 1000-es számkörben. <i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája. Közös osztók, legnagyobb közös osztó. Közös többszörös, legkisebb közös többszörös. Számolás maradékokkal. Osztási maradék fogalmának kialakítása „zsákolással”. Összeg, különbség, szorzat osztási maradékának megállapítása. Osztók, többszörösök meghatározása; osztópárok, valódi osztók; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása.	Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről. Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép? Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték.	<i>Természetismeret:</i> Magyarország lakosainak száma <i>Testnevelés:</i> csapatok összeállítása	

Oszthatósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való oszthatóság eldöntése a számjegyek összege alapján. A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint. A tanultak alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére. Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése.	„Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobantanak. Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével. „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább.	
2. Alapműveletek természetes számokkal	11 óra	
Írásban összead, kivon és szoroz. Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében. Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása,	Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal. Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes	

kiszámolása a természetes számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása. Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban. Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal. Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása.	csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét.	
---	--	--

A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés		
3. Egész számok, alpműveletek egész számokkal	11 óra	
Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Kézpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése. Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.	Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal. Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellel. Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket. Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból. A húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek. Ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába. Az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét. Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és	<i>Természetismeret; hon- és népismeret:</i> földrajzi adatok vizsgálata <i>Történelem:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel

	adósságcédulákkal. Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”	
4. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	11 óra	
Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Tötrészek ábrázolása, tötrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása. Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés. Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése. Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén. Számok ábrázolása számegyenesen.	Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése. Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel. Adott tötrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak). Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése. A téglalapon kívül más alakzatok színezése,	<i>Ének-zene:</i> a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata

	modellek alkalmazása. Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék a makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtreszek különböző alakjaival.	
5. Alapművelet közösleges törtekkel	11 óra	
Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével. Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. Alapműveletek elvégzése a közösleges törtek körében: közös nevező keresése, törtek összeadása, kivonása; törtek szorzása; reciprokl fogalmának ismerete és alkalmazása, törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal. Az alapműveletek tulajdonságainak	Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére. „21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor	

(felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. Ellenőrzés, becslés. Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása. Kapott eredmény ellenőrzése.	megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelőműveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása.	
6. Alapművelet tizedes törtekkel	9 óra	
Elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével. Írásban összead, kivon és szoroz. Ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében. A műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti. A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja,	Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével. A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével. A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása. Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor	

feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít. A fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ. Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban. Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése. Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése. Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés.	megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása. Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása. Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása. „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel.	
7. Arányosság, százalékszámítás	15 óra	

Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül. Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot. Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában. Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése konkrét helyzetekben. Két szám aránya. Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására. Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. Ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold. Százalékszámítás arányos következtetéssel és tizedes törtek használatával. Százalékérték, százalékalap, százalékláb. Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.	Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén. Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel. Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges. A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén. Tört rész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás. Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése.	<i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i> Magyarországtérképéről méretarányos távolságok meghatározása; a saját település, szűkebb lakókörnyezet térképének használata <i>Vizuális kultúra:</i> valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza
---	---	---

Idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint. Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete. Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján. Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával. Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben.		
8. Egyszerű szöveges feladatok	17 óra	
Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség. Elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldásuk próbálgatással, lebontogatással, következtetéssel, mérlegelvével. Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Matematikai tartalmú, gazdasági területről vagy a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé	„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> olvasási és megértési stratégiák kialakítása (szövegben megfogalmazott helyzet, történés megfigyelése, értelmezése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása) <i>Vizuális kultúra:</i> elképzelt történetek vizuális megjelenítése különböző eszközökkel

gondolkodással, egyenlettel vagy következtetéssel. Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. Az összefüggések megértése. Alaphalmaz felismerése. A megoldást ábrázoljuk számegyenesen. Adatok meghatározása, terv készítése, becslés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés. Az ismeretlen mennyiségre kezdetben jelet, majd betűt használhatunk. A megoldás segítése ábrával. Önellenőrzés. A megoldás ellenőrzése. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén, ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben, ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait, a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja, gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli, meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét, ismeri az egész számokat,		

ábrázol törtreszeket, meghatároz törtreszeknek megfelelő törtszámokat, érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén, megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját, meghatározza konkrét számok reciprokát, gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt, a hányadost megbecsüli, megoldását ellenőrzi.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztandó, osztó, hányados, maradék, közös osztó, többszörös, közös többszörös, összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés arány, egyenes arányosság, arányos osztás, fordított arányosság, törtreszt, százalék, százaléktört, alap, százalékláb negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, közös nevező, reciprok, tizedestört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei, egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség.	
III. Függvények, az analízis elemei		Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.	

A függvény fogalmának előkészítése	6 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre. Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben. Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása. A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése. Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben.	A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal, a párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése. Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék; kültéri tájékozódási verseny. „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk. Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése. „Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása.	<i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen, fókuszálózat

2. Sorozatok		6 óra
Sorozatokat adott szabály alapján folytat. Néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt. Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból. Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban. Sorozatok adott szabály szerinti folytatása. Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása.		Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése. Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése. Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása. „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra. A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában. Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal, a párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése. <i>Testnevelés és sport; ének-zene; dráma és tánc: ismétlődő ritmus, tánc lépés, mozgás létrehozása; helymeghatározás a sportpályán</i>
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa, sorozatokat adott szabály alapján folytat, néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	sorozat, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, táblázat, grafikon	
V. Geometria	Órakeret 52 óra	

Előzetes tudás	Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői. Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztéskor: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.		
1. Mérések és mértékegységek	6 óra		
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok	
Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét. Téglalap, négyzet és háromszög területének, területének mérése a természetes és az épített környezetben.	Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése. Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata. Osztályterem adatainak becslése, mérése	<i>Technika és tervezés:</i> udvarok, telkek kerülete; az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete	

Sokszögek területének meghatározása átdarabolással. Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti. Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés. Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben.	(hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés összterfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...). „Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása. Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedésealapján. Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete;lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...). Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése. Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása. Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása.	
---	---	--

	Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás).	
2. Síkbeli alakzatok	20 óra	
Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása. Ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget. Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség. Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma. Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet. Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat. Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása. Ismeri a kör részeit. Különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása). Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése. Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek). Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése. Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása. Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása. Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása. Tangram játék.	

Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése.		
3. Transzformációk, szerkesztések	16 óra	
Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét. Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát. Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben. Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel. A síktükör képalkotása. A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák készítése. Szimmetrikus alakzatok hajtogatása. Szimmetrikus alakzatok építése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben. A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás	Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon. Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása. Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével. Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása. Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó).	<i>Technika és tervezés:</i> megfelelő eszközök segítségével figyelmes, pontos munkavégzés

Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Kör. Tengelyesen szimmetrikus háromszögek: egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek, tulajdonságaik. Szerkesztési feladatok az egyenlő szárú háromszög tulajdonságai alapján. Szimmetrián alapuló játékok. Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben. Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben. Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás. Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.		
4. Térgeometria	10 óra	
A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti. Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása). Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok	<i>Technika és tervezés:</i> téglatest készítése, tulajdonságainak vizsgálata <i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése

következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló. Ismeri a gömb tulajdonságait. A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése. Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló. Testek közül gömb kiválasztása. Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése.	megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése. Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása. Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése. Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben. Zsinóros térgeometriai modellek használata.	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat, csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint, felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat, tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben, a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít, ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei, síkidom, sokszög, belső szög, külső szög, hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög, téglalap, négyzet, szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes, test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet, tengelyes tükrözés, szimmetria, egyenlő oldalú háromszög	
V. Statisztika, valószínűség	Órakeret 6 óra	
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.	
1. Leíró statisztika	3 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti. Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is. Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak. Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki	Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása). Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában.	<i>Digitális kultúra:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés <i>Technika és tervezés:</i> menetrend adatainak értelmezése; kalóriatáblázat vizsgálata

táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majdrendszerzés után következtetéseket fogalmaz meg. Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja. Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás). Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén. Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása.		
2.Valószínűség számítás	3 óra	
Valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is. Valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ. Ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel	„Tippelős” játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével. „Bökös” játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára). A játék elején mindenkinek van 5	

lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése. Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek	korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem. Ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinekhamarabb elfogynak a korongjai. 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0- ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz. „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít. „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen”	
--	---	--

	döntések valamelyikére.	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi, valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ, ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	adat, diagram, átlag, valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény, „lehetséges, de nem biztos ” esemény, „lehetetlen” esemény	
A fejlesztés várt eredményei a 6. osztály végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> Konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol. Állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja. Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. Részhalmaz alkotása. Két véges halmaz uniójának, metszetének meghatározása. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <i>Számtan, algebra</i> Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén. Ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben. Ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait.	

A fejlesztés várt eredményei a 6. osztály végén	A természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja. Gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli. Meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét. Ismeri az egész számokat. Ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat. Érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén. Megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját. Meghatározza konkrét számok reciprokát. Gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli. Megoldását ellenőrzi. A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása, olvasása, összehasonlítása. Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. Egész számok, negatív számok ismerete. Törtszámok, racionális számok fogalmának ismerete, tizedes tört, törtekkel végzett műveletek elvégzése. Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. Mérés a gyakorlatban, mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), becslés, mérőeszközök használata. Osztó, oszthatósági szabályok, közös osztó, többszörös, közös többszörös, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás ismerete, alkalmazása. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság alkalmazása. A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata.
---	---

A fejlesztés várt eredményei a 6. osztály végén	Szöveges feladatok megoldása. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> Tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa. Sorozatokat adott szabály alapján folytat, néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt. <i>Geometria</i> Síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat. Csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint, felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat. Tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben, felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat. Szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít. Ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány fogalmának ismerete, alkalmazása. Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Háromszögek, négyszögek, sokszögek szerkesztése, szögösszeg ismerete. Kerület és terület mérése, mértékegységeinek használata. Testek felszínének, térfogatának meghatározása. Távolsággal jellemzett pontthalmazok ismerete. Tengelyes tükrözés, tengelyes szimmetria alkalmazása.
---	--

A fejlesztés várt eredményei a 6. osztály végén	<i>Valószínűség, statisztika</i> Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása.	
Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret (5 %)		9 óra
ÖSSZESEN		185 óra

7-8. évfolyam

A 7 – 8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7 – 8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek:

Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvények és a sorozatok; Síkbeli alakzatok;

Transzformációk, szerkesztések; Térgéometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás. Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód. A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A 7 – 8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 352 óra. +18 óra ismétlésre, számonkérésre fordítható. (Heti 5 órával és 37 tanítási héttel számolva.)

A Kerettanterv a matematika tantárgy tanítására 7 - 8. évfolyamon heti 3 - 3 órát biztosít.

Intézményünkben a 7 - 8. évfolyamon 5-5 óra áll rendelkezésre a pedagógusnak az emelt óraszámú matematika oktatás keretében.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	25
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	20
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	33
Arányosság, százalékszámítás	22
Szöveges feladatok előkészítése (algebrai kifejezések)	30
Szöveges feladatok és egyenletek	48
A függvények és a sorozatok	40
Síkbeli alakzatok	35
Transzformációk, szerkesztések	35
Térgeometria	36
Leíró statisztika	12
Valószínűség-számítás	16
Összes óraszám:	352

Ebben a korosztályban már jelentős különbségek alakulnak ki az elvonatkoztatás, az absztrakt gondolkodás képességében. A tanulók egy részére még itt is a konkrét tapasztalatokon alapuló irányított ismeretszerzés a jellemző, míg mások már önállóan képesek a tapasztalatok rendszerezésére, hipotézisek megfogalmazására, azok ellenőrzésére, következtetések levonására. Az 5 órás matematika kerettanterv kiválóan fejlesztheti ezeket a képességeket, és nem csak azoknak hasznos, akik kifejezetten matematikaigényes pályákra készülnek.

Bár még ebben a korosztályban is a matematikai problémák megközelítésében a konkrét tapasztalatszerzésből indulunk ki, ugyanakkor a gyerekek fokozatosan képessé válnak elvonatkoztatásra, absztrakcióra. Ennek fejlesztése ebben a két évben a matematikatanítás egyik legfontosabb feladata. A matematika tanításában itt lesz általános gyakorlat a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok önálló megfogalmazása. Fokozott hangsúlyt kell helyoznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. Itt már nemcsak elfogadjuk, hanem tudatosan kereshetjük egy-egy probléma többféle megoldási módszerét.

Ebben a korosztályban már sok feladattal célszerű rámutatni, hogy milyen előnyökkel járhat, ha valaki jól tudja a matematikát. Nagyobb hangsúlyt kaphatnak az ismeretek gyakorlati alkalmazásai, itt már megértik a tanulók a gazdasági, pénzügyi alkalmazások jelentőségét.

7–8. osztályban már hangsúlyt kap az önálló ismeretszerzés képességének fejlesztése. Feltétlenül elvárható, hogy a tanulók adatoknak, részismereteknek nézzenek utána könyvtárban, interneten. Esetenként elvárható kisebb produktumok önálló összeállítása is.

Jelentős szerepet szánunk ebben a tantervben a kreativitást fejlesztő konstrukciós feladatoknak. Ha egy konstrukciót nem sikerül létrehozni, akkor a 7–8. osztályosok már (esetleg kis segítséggel) meg is tudják indokolni, hogy az nem is lehetséges. (Pl. öt gyerek között úgy megrajzolni az ismeretségeket, hogy mindenkinek 3 ismerőse legyen.)

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek segíthetnek abban, hogy ne csak a tantárgy hasznosságát lássák a tanulók, hanem annak a kultúrában betöltött szerepét is. Matematikai játékokkal, matematikatörténeti ismeretekkel, érdeklődést felkeltő feladatokkal segíthetjük a tanulók motivációját, a matematika és a reáltárgyak iránti elkötelezettségét.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismételésre 18 órát terveztünk.

7 – 8. évfolyam

Tematikai egység címe	Órakeret a 7-8. évfolyamra
I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	45
1. Halmazok, számhalmazok	25
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	20
II. Számтан, algebra	133
1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	33
2. Arányosság, százalékszámítás	22
3. Szöveges feladatok előkészítése (alg.kif.)	30
4. Szöveges feladatok	48
III. Függvények, az analízis elemei	40
1. A függvények és a sorozatok	40
IV. Geometria	106
1. Síkbeli alakzatok	35
2. Transzformációk, szerkesztések	35
3. Térgeometria	36
V. Statisztika, valószínűség	28
1. Leíró statisztika	12
2. Valószínűség számítás	16
Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret (5 %)	18
összesen:	370

7. évfolyam

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	18
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	5
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyökök	15
Arányosság, százalékszámítás	11
Szöveges feladatok előkészítése (algebrai kifejezések)	15
Szöveges feladatok és egyenletek	20
A függvények és a sorozatok	20
Síkbeli alakzatok	25
Transzformációk, szerkesztések	18
Térgeometria	18
Leíró statisztika	6
Valószínűség-számítás	5
Összes óraszám:	176(+9)

I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok		Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.	
1.Halmazok, számhalmazok	18 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján; Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és	Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra,	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények rendszerezése.

ábrázolja konkrét esetekben; Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Halmazokba rendezés több szempont szerint Halmazábra készítése Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Halmazok. Két halmaz különbsége. Intervallum. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint. Számhalmazok és pont-halmazok használata, a	például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz rész-halmaz $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem rész-halmaz $C = \{\text{deltoidok}\}$ Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése	
--	--	--

halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i> Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. a benne szereplő számok paritása miatt.)		
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	5 óra	
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása A matematikai logika egyszerű, a korosztály	„Bíróági tárgyalás” játék „Einstein-fejtörő” típusú játék „Rontó” játék NIM játék; táblás játékok Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is) Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szaknyelv, köznyelv.

számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai és logikai játékok Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása, megfordításuk. Van olyan, létezik tudatos használata. Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidész. Igazmondós-hazudós logikai feladatok. Hétköznapi kommunikációban is (szóban és írásban is) a kvantorok, logikai elemek pontos használata. Kombinatorika.	Lehetséges útvonalak összeszámlálása Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcsérbe Számkártyás feladatok megoldása Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére	
--	--	--

Sorba rendezési feladatok. Faktoriális jelölés használata. Kiválasztási feladatok. (Rendezett halmazoknál ismétléses eset is.) Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: elemeket halmazba rendez több szempont alapján; részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, „minden”, „van olyan”, Alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, intervallum, gráf.	

II. Számelmélet, algebra		Órakeret 61	
Előzetes tudás	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.		
	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazotthelyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.		
1.Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök		15 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes		Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére	Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.

kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése. Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása Műveletek racionális számokkal. A zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása. Hatványozás. A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték. Hatványozás azonosságai. Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása. Hatvány hatványozása. A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány. Permanencia elv.	Prímtényezős felbontás kirakása színes rudakkal Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i>
--	--	--

Számok normálalakja. (Műveletek csak egyszerű esetekben.) Nagy és kis számok írása. Számok egészrésze, törtrésze. Kerekítés, pontosság. A mennyiségek nagyságrendjének becslése, megadása adott pontossággal.		
2.Arányosság, százalékszámítás	11 óra	
Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. Egyenes és fordított arányosság alkalmazása konkrét helyzetekben Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom Banki ajánlatok (ügyműveletek, díjak)	Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. <i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. <i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajzok értelmezése.

összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.	feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal	
3.Szöveges feladatok előkészítése	15 óra	
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére Egyszerű betűs kifejezések összeadása,	Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz	<i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.

kivonása Helyettesítési érték számolása Egytagú kifejezések számmal való szorzása Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása Két tagból közös számtényező kiemelése Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése. Egynemű, különemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. Matematikatörténet: az algebra kezdetei, az arab matematika. Műveletek többtagú algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés osztása egytagú kifejezéssel. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása	szöveges feladat írása „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatósi stratégia felfedése és formális leírása Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával	
---	--	--

kiemeléssel		
4.Szöveges feladatok		20 óra
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása) Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Néhány azonos egyenlőtlenség. Törtegyűthetős egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Koordináta-rendszer: egyenletmegoldás grafikus	Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése. <i>Fizika:</i> kinematikai, dinamikai feladatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> áremelkedés, árengedmény, kamat. <i>Kémia:</i> oldatok készítése.

módszere. Szöveges feladatok. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. Szöveges feladatok megoldási módszerei egyenlet nélkül. Szövegértés: a feladat megértése, elemzése, a lényeg meglátása.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; egyszerlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.		
Kulcsfogalmak/	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány,	

fogalmak	hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés,
-----------------	---

III. Függvények, az analízis elemei		Órakeret 20 óra	
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.		
	Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben.		
	Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése.		
	Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).		
1.A függvény fogalmának előkészítése		20 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;		A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése	Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz: függvényekkel leírható folyamatok.
Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.		Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal	Fizika: út-idő grafikon, sebesség-idő grafikon.
Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása		A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése	Fizika; kémia: egyenesen arányos mennyiségek. Fizika: Boyle–Mariotte-törvény.
Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont		Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában;	Informatika: számítógépes szoftverek.
Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés			

létrehozása Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Változatos példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre. Függvény mint rendezett párok halmaza. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat. Értelmezési tartomány. Értékkészlet. Zérushely. Monotonitás, szélsőérték. (Pontos definíciók nélkül.) Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény. A lineáris függvény ábrázolása paraméterein alapján. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése. Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$.	a tapasztalatok irányított összegzése Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása	
---	--	--

Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes. A sorozat mint függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja; egyszerű grafikonokat jellemez.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon, Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, egyenes arányosság, fordított arányosság, lineáris függvény, sorozat, számtani sorozat, számtani közép	

IV. Geometria	Órakeret 61 óra
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek.

	Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükrképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztéskor: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.	
1.Síkbeli alakzatok	25 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti	Párhuzamos szélű papírsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása;	

különbség, átló fogalma; Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; Ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között. Háromszögek külső szögeinek összege Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján	annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása „Rontó” játék speciális négyszögekkel Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása Derékszög kijelölése csomós kötéllal Pitagorasz számhármassok keresése Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén,	
--	--	--

átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete Szögpárok. Csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek, párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek. Háromszög, sokszögek szögösszege bizonyítással. Külső szögek. Néhány nevezetes háromszög tulajdonságai. 30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek. Sokszögek kerülete, területe. A paralelogramma, háromszög, trapéz, deltoid kerülete, területe. Területekre vonatkozó tételek, feladatok. Egybevágósági transzformációk. Szimmetrikus alakzatok. Tengelyesen szimmetrikus négyszögek. A deltoid, húrtrapéz. Több szimmetriatengellyel rendelkező négyszögek. Halmazok: a kapcsolatok szemléltetése halmazábrával. Középpontosan szimmetrikus négyszögek.	átmérő mentén, sugár mentén	
---	------------------------------------	--

Paralelogramma tulajdonságai. Paralelogramma szerkesztése. Halmazok: szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábra készítése. Szabályos sokszögek. Szimmetrián alapuló játékok. Nevezetes ponthalmazok. Egyenlőtlenséggel meghatározott térelemek: adott térelemtől adott értéknél kisebb, nagyobb távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; két térelem közül az egyiktől kisebb, nagyobb távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. A háromszög köré írható köre. A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontra illeszkednek. A háromszög beírható köre. A háromszög szögfelezői egy pontra illeszkednek. Háromszögek további nevezetes vonalai, pontjai, körei. (Bizonyítás nélkül.) Magasságok – magasságpont.		
--	--	--

Súlyvonalak – súlypont. Középvonalak. Négyszögek középvonalai. Sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma A kör és részei. A kör kerülete, területe. Körív hossza. Körcikk területe.		
2. Transzformációk, szerkesztések	18 óra	
Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét; Geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel. Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése Több adott feltételnek megfelelő ábra	Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó) Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel	<i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.

szerkesztése; diszkusszió Dinamikus geometriai szoftver használata Középpontos tükrözés. A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Geometriai szerkesztőprogram használata – tanári demonstráció, tanulói használat is.		
3.Térgeometria	18 óra	
A kocka, a téglatest, a hasáb és a hálóját elkészíti; Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; A kocka, a téglatest, a hasáb, tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján	<i>Technika és tervezés:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, alakú testek felfedezése Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján Testek hálójának készítése Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése. Egyenes hasáb – alaplappal, oldallappal, alapéllal, oldaléllal, magassággal, lapátlóval, testátlóval. Szabályos testek. Építőkészletek használata. Felszín, térfogat. (Bizonyítás nélkül.) Egyenes hasáb, hálójának, felszínének, térfogatának. Egyenes henger, hálójának, felszínének, térfogatának	Földgömb bemutatása matematikai szempontból Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;		

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét; ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között. megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét; geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti; testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; a kocka, a téglatest, a hasáb, a tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, hasáb, alaplapp, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

V. Statisztika, valószínűség		Órakeret
		11 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

1.Leíró statisztika		6 óra
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja. Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak	Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.

Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása		
2.Valószínűség számítás		5 óra
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. Valószínűségi kísérletek, eredményekjegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség- számítás fejlődéséről. Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása	Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő program használata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> szerencsejátékok

digitálisan is Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során. Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat használata. Pontdiagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram. Diagram készítése táblázat alapján. Átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból? Valószínűség. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje. Galton-deszka.	leghamarabb elfogynak a zsetonok Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobásokeredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki	
---	---	--

	igazat állít „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja. valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság	

A fejlesztés várt eredményei a 7. osztály végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával. Fagráfok használata feladatmegoldások során. Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, tagadása. Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. <i>Számtan, algebra</i> Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése. Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás. Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval. Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi
---	---

A fejlesztés várt eredményei a 7. osztály végén	feladatok megoldásában. Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére. Az egész számok és a racionális számok fogalma, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakokkal. Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. Oszthatósági szabályok ismerete. Ismerje és alkalmazza a tanuló a legnagyobb közös osztót, legkisebb közös többszöröst, relatív prímeket. Algebrai egész kifejezések használata, műveletek alkalmazása algebrai egész kifejezésekkel. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon. A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete. A lineáris függvény, az abszolútérték függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon). Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása. Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. A számtani felismerése, a sorozatra vonatkozó összefüggések használata feladatmegoldás során.
---	---

A fejlesztés várt eredményei a 7. osztály végén	<i>Geometria</i> A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése. A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában. Tengelyes és középpontos tükrökép, szerkesztése. Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban. A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása. Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete. Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése. Háromszög-szerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztési lépések elvégzése. Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése, alkalmazása. A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete (oldalak párhuzamossága, egyenlősége, szimmetria). Négyszögek nevezetes vonalai – paralelogramma, trapéz magassága, középvonala) ismerete, alkalmazása. Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete. Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának kiszámítása. Mértékegységek ismerete. Térszemlélet fejlesztése <i>Valószínűség, statisztika</i> Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
---	--

A fejlesztés várt eredményei a 7. osztály végén	Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése. Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban. Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése. Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezés
Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret (5 %)	9 óra
Összesen	370 óra

8. OSZTÁLY

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok, számhalmazok	7
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	15
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	18
Arányosság, százalékszámítás	11
Szöveges feladatok előkészítése (algebrai kifejezések)	15
Szöveges feladatok és egyenletek	28
A függvények és a sorozatok	20
Síkbeli alakzatok	10
Transzformációk, szerkesztések	17
Térgeometria	18
Leíró statisztika	6
Valószínűség-számítás	11
Összes óraszám:	176(+9)

I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok		Órakeret 22 óra	
Előzetes tudás	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.		
1. Halmazok, számhalmazok		6 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Elemeket halmazba rendez több szempont alapján; Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét		Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás	Biológia-egészségtan: élőlények rendszerezése.

(metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; Ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Halmazokba rendezés több szempont szerint Halmazábra készítése Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Halmazok. Két halmaz különbsége. Intervallum. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint.	Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$ Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egytulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása Logikai szita megvizsgálása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése	
--	--	--

Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor. Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. a benne szereplő számok paritása miatt.)		
2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	8 óra	
Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg; Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; Konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével. Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása	„Bírósági tárgyalás” játék „Einstein-fejtörő” típusú játék „Rontó” játék NIM játék; táblás játékok Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátsszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is) Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása Lehetséges útvonalak összeszámlálása	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.

A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata Egyszerű stratégiai és logikai játékok Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás. Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére. Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása, megfordításuk. Van olyan, létezik tudatos használata. Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidész. Igazmondós-hazudós logikai feladatok. Hétköznapi kommunikációban is (szóban és	Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe Számkártyás feladatok megoldása Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére	
--	--	--

írásban is) a kvantorok, logikai elemek pontos használata. Kombinatorika. Sorba rendezési feladatok. Faktoriális jelölés használata. Kiválasztási feladatok. (Rendezett halmazoknál ismétléses eset is.) Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: elemeket halmazba rendez több szempont alapján; részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol; számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol; véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben; ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre. tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít; a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére; összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket; konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört, „minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle.
--------------------------------	---

II. Számelmélet, algebra		Órakeret 92 óra
Előzetes tudás	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával. A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése. Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása. Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.	

1. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	18 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben; Meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; Négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza. Ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban. Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása	Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.</i>

Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása Számok négyzete, négyzetgyöke. Négyzetgyök meghatározása számológéppel. Geometria: Pitagorasz-tétel, $\sqrt{2}$ szerkesztése. Racionális számok tizedes tört alakja. Példák nem racionális számokra. Vannak végtelen nem szakaszos tizedes törtek. A irracionális, ha n nem négyzetszám, π irracionális. Valós számok, számegyenes. A számegyenesen nem csak racionális szám van – csak a szemlélet alakítása.		
2. Arányosság, százalékszámítás	11 óra	
Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén; Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. Egyenes és fordított arányosság és alkalmazása konkrét helyzetekben Fordított arányosság grafikonjának megrajzolása Valóságos helyzetekhez kötődő	Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. <i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. <i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajzok értelmezése.

százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom Banki ajánlatok (ügyművelet, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása. Arány, arányosság. Százalékszámítás. A korábban tanult módszerek ismételése, elmélyítése.	Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági sűteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel Annak megvizsgálása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal	
2. Szöveges feladatok előkészítése	15 óra	
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást,	Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása	<i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.

kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; Egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; Egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold. Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása Helyettesítési érték számolása Egytagú kifejezések számmal való szorzása Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása Két tagból közös számtényező kiemelése Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a-b)^2$; $(a + b)(a-b)$. Geometria: azonosságok szemléltetése területtel.	Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása Adott, ismeretlen tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontotási stratégia felfedése és formális leírása Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával	
4. Szöveges feladatok	28 óra	
Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel	Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.

megold; Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása) Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Néhány azonos egyenlőtlenség. Törtegyütthatós egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások	
---	--	--

Koordináta-rendszer: egyenletmegoldás grafikus módszere. Szöveges feladatok. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. Típusfeladatok egyszerű példákkal: számok helyi értékével kapcsolatos feladatok, geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok, fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok, százalékszámítási feladatok, keverési feladatok, együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. Áremelkedés, árengedmény, kamat. Szöveges feladatok megoldási módszerei egyenlet nélkül. Szövegértés: a feladat megértése, elemzése, a lényeg meglátása.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben; meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét; pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja; négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza. ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;		

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold; idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít. matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol; egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel; egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvéssel megold.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetgyök, fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés

III. Függvények, az analízis elemei		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	

1.A függvény fogalmának előkészítése	6 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; Felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold; Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez. Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben	A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.

Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Változatos példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre. Függvény mint rendezett párok halmaza. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat. Értelmezési tartomány. Értékkészlet. Zérushely. Monotonitás, szélsőérték. (Pontos definíciók nélkül.) Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény. A lineáris függvény ábrázolása paramétereit alapján. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése. $\frac{a}{x}$ Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$. Néhány nem lineáris függvény: x^2; x; $\{x\}$; $[x]$; $\operatorname{sgn} x$. Számítógépes szoftver használata függvények ábrázolására. Függvénytranszformációk. Az ismert függvényeken egyszerű esetekben: $f(x)+c$; $f(x+c)$, $-f(x)$		
---	--	--

Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Matematikatörténet: René Descartes. A sorozat mint függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege. A számtani közép. A mértani sorozat. A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal. A mértani közép. Matematikatörténet: Gauss		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben; felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját. konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre; értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja; egyszerű grafikonokat jellemez.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon, Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, egyenes arányosság, fordított arányosság, lineáris függvény, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.	

IV. Geometria	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid területének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.

1.Síkbeli alakzatok	8 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; Ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; Ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; A háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek területét, területét; Háromszögek külső szögeinek összege Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk;	Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása „Rontó” játék speciális négyszögekkel Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása Derékszög kijelölése csomós kötéllel	

halmazábra Háromszögek, speciális négyszögek területének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete Pitagorasz tétele. A tétel és megfordításának kimondása bizonyítás nélkül. Thalesz tétele. A tétel és megfordítása, bizonyítása. Matematikai logika: állítás és megfordítása, szükséges és elégséges feltétel. A kör érintői. <i>Matematikatörténet: Pitagorasz és Thalesz.</i>	Pitagorasz számhármak keresése Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén	
2.Transzformációk, szerkesztések	17 óra	
Megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét; Geometria ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; Felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; Ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási	Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)	<i>Technika és tervezés:</i> műszaki rajz készítése. <i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok.

lehetőségeikkel. Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben Dinamikus geometriai szoftver használata. A vektor. Vektorok összeadása, kivonása, szorzása számmal. Hasonlóság szemléletes bevezetése. Nagyítás, kicsinyítés. A hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás	Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel	
3.Térgeometria	18 óra	
A kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; Testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;	Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása) Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak	<i>Technika és tervezés:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári</i>

Ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; Egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; Ismeri a gömb tulajdonságait; A kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában. Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján Testek hálójának készítése A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek	gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján Földgömb bemutatása matematikai szempontból Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)	<i>ismereteki:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
---	--	--

Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése. Egyenes hasáb – alaplap, oldallap, alapél, oldalél, magasság, lapátló, testátló. Szabályos testek. Építőkészletek használata. Felszín, térfogat. (Bizonyítás nélkül.) Egyenes hasáb, hálójá, felszíne, térfogata. Egyenes henger, hálójá, felszíne, térfogata. Gúla hálójá, felszíne, térfogata. Tetraéder. Egyenes körkúp felszíne, térfogata. A gömb felszíne, térfogata.		
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma; ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet; ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat; a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában; meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét; ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban; ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között. megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükrképét;		

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát; felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben; ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti; testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti; ismeri a gömb tulajdonságait; a kocka, a téglatest, a hasáb, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás, hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság.

V. Statisztika, valószínűség		Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

1.Leíró statisztika	6 óra	
Ismeretek Fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; Adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; Különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; Megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; Konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja. Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak	Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása) Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.

Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat használata. Pontdiagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram. Diagram készítése táblázat alapján. Átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból?		
2.Valószínűség számítás	11 óra	
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. Valószínűségi kísérletek, eredmények	Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére:	

lejegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség- számítás fejlődéséről. Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során Valószínűség. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje. Galton-deszka.	mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal	
---	--	--

	„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről	
A témakör tanulása eredményeként a tanuló: értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti; adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is; különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak; megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg; konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja. valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is; valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ; ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.		

Kulcsfogalmak/ fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram, esély, gyakoriság, relatív gyakoriság
------------------------------------	---

A fejlesztés várt eredményei a 8. osztály végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> Elemek halmazba rendezése több szempont alapján. Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása. Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben. Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával. Fagráfok használata feladatmegoldások során. Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, tagadása. Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. <i>Számtan, algebra</i> Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése. Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság. A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során. A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül. Prímszám, összetett szám. Prímtényezős felbontás. Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
--	--

A fejlesztés várt eredményei a 8. osztály végén	Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén. Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában. Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére. Az egész számok és a racionális számok fogalma, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakkal. Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. Oszthatósági szabályok ismerete. Ismerje és alkalmazza a tanuló a legnagyobb közös osztót, legkisebb közös többszöröst, relatív prímeket. Algebrai egész kifejezések használata, műveletek alkalmazása algebrai egész kifejezésekkel. Elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek alkalmazása. Szöveges feladatok – szövegértés, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére. Számológép használata. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint. Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is. Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon. A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény
---	--

A fejlesztés várt eredményei a 8. osztály végén	alaptulajdonságainak ismerete. A lineáris függvény, az abszolútérték függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon). Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása. Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata. A számtani és mértani sorozat felismerése, a sorozatra vonatkozó összefüggések használata feladatmegoldás során. <i>Geometria</i> A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése. A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában. Tengelyes és középpontos tükrökép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül). A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban. Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban. A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása. Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete. Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése. Háromszög-szerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztési lépések elvégzése. Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése, alkalmazása. A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete (oldalak párhuzamossága, egyenlősége, szimmetria). Négyszögek nevezetes vonalai – paralelogramma, trapéz magassága,
---	---

A fejlesztés várt eredményei a 8. osztály végén	középvonala) ismerete, alkalmazása. A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai. A vektor fogalmának és a vektorokkal végzett műveleteknek az ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása. Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete. Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának kiszámítása. Mértékegységek ismerete. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térszemlélet fejlesztése. <i>Valószínűség, statisztika</i> Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása. Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése. Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban. Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése. Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése
Ismétlés, számonkérés: Szabad órakeret (5 %)	9 óra
ÖSSZESEN	185 óra

EMELT ÓRASZÁMÚ MATEMATIKA HELYI TANTERV

Feltételek

Ezt a tantervet olyan tanulócsoportoknak írtuk, amelyekben az átlagosnál nagyobb az érdeklődés a matematika iránt, illetve érettségi után e tantárgyhoz kapcsolódó terveik vannak. Ebbe a csoportba elsősorban azokat a diákokat várjuk, akiknek matematikatudásuk megfelelően megalapozott, általános iskolában nem okozott nekik problémát a tantárgy tanulása, tananyaghoz kapcsolódó feladatokat készség szinten tudnak megoldani.

A matematika tananyagának ún. "spirális felépítése" miatt a 9 – 12. évfolyamon bizonyos ismeretek és az általuk kialakítandó készségek ismételten megjelennek, természetesen mindenütt az életkornak megfelelő szinten.

Ezek a következők:

1. Gondolkodási és megismerési módszerek
2. Számtan, algebra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok
4. Geometria
5. Valószínűség, statisztika

A tantervben leírt, témakörökre vonatkozó sorrendiség megcserélhető, azaz a sorszám nem jelent szigorú sorrendet. Sorrendcsere esetén a felhasználó feladata annak vizsgálata, hogy milyen előzményekre építhet, s milyenekre nem.

A tantervben szerepel a határértékszámítás, deriválás, integrálás témakörök is, azonban, amennyiben az adott csoportban egy-egy témakör több időt igényel, akkor ezt az időkeretet inkább gyakorlásra, a tanultak elmélyítésére szánjuk. Ebben az esetben lehetőség van 11. évtől heti 2 órában felvenni matematika fakultációt, ahol a fent említett témakörökkel is foglalkozunk.

Értékelés

Folyamatosan szóbeli és írásbeli feleletekkel, évente 4-5 alkalommal egy-egy egész óras "témazáró" dolgozattal történik.

9. év elején mindenképp hasznosnak tartjuk egy diagnosztikus felmérést végezni az általános iskolai tananyagból, azért hogy lássuk, hogy a 9. évfolyam ismétlő-rendszerező részeiben mivel kell hangsúlyosabban foglalkozni.

A 10. év végén 180 perces ún. "kisérettségit" írnak a tanulók, melyben az iskolánkban töltött 2 év, ill. a matematikával töltött 10 év anyagából elsajátított ismereteikről, tudásukról adnak számot, a "kisérettségi" érdemjegye három jegynek felel meg. Ez érettségi típusú vizsgának számít.

12. év elején, az őszi vizsgaidőszakban próbaérettségit írnak diákjaink a gimnáziumi tananyagból. Erre már előző év során is készítjük tanulóinkat. Az erre adott érdemjegytémazáró értékű.

Osztályozó, pótló és javítóvizsga esetén a kiadott témákból írásbeli dolgozatot írnak diákjaink. Szóbeli vizsga nincs.

Értékelés osztályzattal:

Témazárók, pótló, javító és osztályozó vizsga esetén:	Kis érettségi és próba érettségi esetén:
0-29% elégtelen	0-24% elégtelen
30-49% elégséges	25-39% elégséges
50-74% közepes	40-59% közepes
75-89% jó	60-79% jó
90-100% jeles	80-100% jeles

Célok és feladatok

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános

összefüggések is felfedeztethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodásrugalmasságát. Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon, alkalmanként szaktanár jóváhagyásával számonkéréseknél is, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti Alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A

tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszt a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása során keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszt a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek

kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalomnak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az ország gazdaságának műszaki, informatikai, és természettudományos pályák iránt megnövekedett kereslete szükségessé teszi, hogy a közoktatásban is nagy számban legyenek olyan osztályok, csoportok, amelyek a matematikát és (vagy) a természettudományokat magasabb szinten tanulják. Működnek ugyan az országban speciális matematika tagozatok heti 6–8 matematikaórával, és ezeknek nagy szerepe van a tudósutánpótlás biztosításában, de ezek számát a jelenlegi 10–12-nél lényegesen többre növelni nem célszerű. A gazdasági élet szakember-utánpótlását a normál és speciális osztályoké közötti, kb. heti 5 órás óraszámú, nagy számban működő emelt szintű osztályokkal célszerű biztosítani.

Ebben a helyi tantervben a négy/nyolc osztályos gimnáziumok olyan tanulóinak kívánunk magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. Az ország középiskoláinak jelentős részében van egy osztálynyi vagy legalább egy félélosztálynyi matematika, illetve természettudományos tárgyak iránt érdeklődő tanuló, akiknek ajánlott kissé kibővített tananyaggal, magasabb szintű feladatanyaggal tanítani a matematikát.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet a matematika iránt érdeklődő tanulók számára választják, és azt, hogy itt heti öt óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt idő hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb

elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

Emelt szintű matematika kerettanterv szerint tanulhatnak az általános iskolások is. Az ő tantervüknek természetes folytatása ez a négy osztályos gimnáziumi emelt szintű tanterv, de nem feltétele az ilyen, matematikából emelt szintű gimnáziumi osztályba való bekerülésnek az, hogy a tanuló általános iskolában már emelt óraszámban tanulja a matematikát.

Ha azonban a bekerülő tanulók jelentős része korábban nem részesült emelt szintű képzésben, akkor indulásnál célszerű azokat az emelt szintű általános iskolai legfontosabb kiegészítő ismereteket áttekinteni, amelyekre a későbbiekben ez a tanterv épít. Ilyen esetben a belépő évfolyamon érdemes heti egy órával növelni az óraszámot.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási módszerek	25
2. Algebra	70
3. Függvények, sorozatok	20
4. Geometria	38
5. Statisztika	12
Ellenőrzés, számonkérés	15
Az összes óraszám	180

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek Halmazok, kombinatorika	Órakeret: 25 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok. Az összes eset előállítására során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás. Adott feltételeknek megfelelő számok alkotása. Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának ismerete, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Halmazok. Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége. Véges halmazok elemszáma. Halmazok különböző megadási módjai (elemek felsorolásával, utasítással). Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikusdifferencia, komplementer halmaz értelmezése és ábrázolása. Descartes-féle szorzat. A halmazműveletek tulajdonságai. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára, példák ennek alkalmazására a	Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján Barkochba játék A „végtelen szálloda” mint modell Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű	<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen; adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint, tantárgyi szimulációs programok használata <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan. élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása. <i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása.

matematikán belül, más tárgyaknál és a mindennapi életben. Halmazok számossága. Logikai szita. Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével. n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Véges és végtelen halmazok. Szemléletes kép végtelen halmazokról. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor. Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.)	hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával	
Kombinatorika. matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai	Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámlálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel, informatikai eszközökkel, módszerekkel, hálózatok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi

tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése; a problémának megfelelő matematikai modellt választása, alkotása; a kiválasztott modellben a probléma megoldása. Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel, esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában, összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában: permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. kombináció – ismétlés nélkül. Néhány kombinatorikus geometriai feladat. n pont maximum hány egyenest határoz meg? n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet? n egyenes maximum hány részre osztja a síkot? Gráfok. Konkrét szituációk szemléltetése és	alkalmazásával Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorika feladatokhoz saját szöveg írása Téves megoldású kombinatorika feladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában	problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel, közlekedés. <i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika, mint szervezőelv poetizált szövegekben <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa
---	--	---

egyszerű feladatok megoldása gráfok segítségével		
Kulcsfogalmak/	Alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram, véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, Descartes szorzat, diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, számosság, logikai szita. Permutáció, variáció, kombináció. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra 2.1. Valós számok	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Példa adása végtelen nem szakaszos tizedes törtre. Számkörbővítés elveinek megértése, a valós számok halmazának ismerete. Helyi értékes írásmód. Számok ábrázolása számegyenesen. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Törtek bővítése, egyszerűsítése, közös nevezőre hozása. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Becslés, ellenőrzés, észszerű kerekítés. Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása. Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban. Ellentett, reciprok, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok: természetes számok, egész	A számológép helyes használatának elsajátítása,	Abszolút érték: <i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos

számok, racionális számok, irracionális számok, valós számok. Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás. Ismeri és alkalmazza az abszolút érték, ellentett, reciprok fogalmát. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Zárójelek helyeshasználata. Számok tizedes tört alakja. Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok szemléltetése. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.	például műveleti sorrend, zárójelek. Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával. Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről. Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata. Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása	töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése
--	--	--

Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése Valós számok adott jegyre kerekítése Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, irracionális szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolútérték, ellentett, reciprok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2.2. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait. Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre. Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. A hatványozás	Normálalak: Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép	<i>Fizika, kémia, biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek becslése, megadása, számítása normálalakkal az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem, szöveges és

azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén. Ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát. Számolás normálalakban felírt számokkal. Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2, (a + b + c)^2, a^2 - b^2, a^3 - b^3, a^3 + b^3.$ Utalás $(a + b)^n$ kiszámolásra Pascal-háromszög segítségével. Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása. Szorzattá alakítás különböző módszerei. Polinom osztása polinommal.	segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás Projektmunka: hányszor lehet félbehajteni egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése Számolási „tükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben	számítási feladatok. Mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése. A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos ételkészítés, választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások
--	---	---

Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása. <i>Matematikatörténet:</i> algebra – Al-Hvarizmi. Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra. Szélsőérték-feladatok közepek segítségével. Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel Kapcsolat: másodfokú függvények vizsgálata.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Algebrai kifejezés, hatványalap, hatványkitevő, polinom, algebrai tört, azonosság, normálalak, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2.4. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása; egyenes arányosság grafikonja; százalék fogalma, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatok megoldása; Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése, idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes	

	gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint. Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben. Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére, egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása, helyettesítési érték számolása, betűs kifejezés számmal való szorzása, két tagból közös számtényező kiemelése, egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással és mérlegelvvel; Alaphalmaz vizsgálata, becslés, ellenőrzés. Azonosság. Különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít; matematikából, más tantárgyakból, a mindennapi életből vett, és gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással vagy egyenlettel		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Arányosság, százalékszámítás Hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységei és az átváltási szabályok. Származtatott mértékegységek átváltása; Százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalma Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése		Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak)	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége, kinematika, dinamika. A mérés hibája. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság, százalékos keverési feladatok. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata, táblázatkezelés.

Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös) Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Ekvivalens átalakítások. Egyenletek grafikus megoldása. Egyenlet megoldása szorzattá alakítással A matematika különböző területei közötti kapcsolat; egyenletek megoldásának ellenőrzése behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal. Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése; adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése; a problémának megfelelő matematikai modell	összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér,	
--	--	--

választása, alkotása; a modellben kapott megoldás értelmezése, ellenőrzése az eredeti problémába visszahelyettesítéssel, válaszadás az észszerűségi szempontok figyelembevételével Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre. Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív? Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek.	adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel; A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata Nyílt végű problémák megoldása Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése	
--	--	--

Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata. Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv. Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények	Órakeret 20 óra	
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye. Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont. Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása. Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok

Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására Függvény megadása, alapvető függvényfoglalmak ismerete Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése: adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi, táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben; Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték. Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság. (Pontos definíciók. Néhány esetben a tagadás megfogalmazása is: pl. egy függvény nem páros, ha...)	Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet) A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról) Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése	<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonszerkesztés számítógépes program segítségével. <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> hétköznapi és szaknyelvi szóhasználat. <i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek. <i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája-másodfokú függvény <i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek. ideális gáz, izoterma
---	---	---

Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció. Hétköznapi állítások tagadása. Pontos fogalmazás. Lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben. Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény. Függvények inverze. Gyökfüggvények. Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $f(x)$ A transzformációk rendszerezése,	Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával Szöveges feladatok megoldása grafikus úton Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével	
--	---	--

transzformációs sorrend. Adott tulajdonságú függvények konstruálása. Függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása Rekurzív sorozatok. A Fibonacci-sorozat. Kapcsolat: aranymetszés. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.		<i>Biológia-egészségtan:</i> szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az élőlényeknél. <i>Művészetek:</i> szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az építészetben, festészetben, zenében.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, képhalmaz, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvénygrafikon, függvénytranszformáció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria Alapfogalmak, pontthalmazok, egybevágósági transzformációk	Órakeret 38 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Kör részei, egyenes, félegyenes, szakasz fogalma. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai, területe, kerülete, belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszögek csoportosítása szögek és oldalai szerint. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és használata. Szögtartomány ismerete. Összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés; konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma. A speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságai, ezek alapján halmazábra készítése (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtapéz, négyzet) . Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. Szerkesztéshez terv és ábra készítése, alapszerkesztések ismerete: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szögmásolás. Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése. Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió. Tengelyes, középpontos tükrözés	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályai. Származtatott mértékegységek átváltása. A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A matematika különböző területei közötti kapcsolat felismerése. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalma. Térelemek; kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban gyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása A szakaszfelező merőleges és a szögfelező, mint pontthalmazok tulajdonságainak ismerete. Nevezetes szögpárok tulajdonságai (pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek) Hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységei, átváltási szabályok. Származtatott mértékegységeket átváltása; sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben. A szög ívmértéke. A radián, mint mértékegység. Átváltás fok és radián között. Nevezetes pontthalmazok rendszerezése. adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben;	Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában. Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek	<i>Fizika:</i> szögsebesség, szöggyorsulás, parabolatükör. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli viszonyok. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.

két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Parabola, forgási paraboloid. Egyenlőtlenséggel meghatározott pontthalmazok. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes. Két vagy három feltételnek megfelelő pontthalmazok szerkesztése. Alapszerkesztések hagyományos vagy digitális eszközzel (dinamikus geometriai szoftverek) euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása Háromszögek: a háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint, háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatok; a speciális háromszögek tulajdonságai (szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög) Pitagorasz-tétel és megfordítása, bizonyítása; <i>Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban.</i> <i>Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a</i>	megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával	
---	--	--

<i>háromszög?</i> <i>Két pont távolsága koordinátarendszerben.</i> <i>A paralelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével. Négyyszög átlói merőlegességének feltétele.</i> <i>Matematikatörténet: Pitagorasz.</i> Thalész tétele és a tétel megfordítása, bizonyítása. <i>Szerkesztési és bizonyítási feladatok.</i> <i>Körérintő szerkesztése.</i> <i>Matematikatörténet: Thalész.</i> A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek és <i>bizonyítások</i>: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal (négyyszögek középvonalai is), körülírt, beírt illetve hozzáírt kör; Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása. Háromszög területének kiszámítása Geometriai szerkesztő program használata, Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal. Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz,		
---	--	--

paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása. A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Kerületi és középponti szögek. a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Húrnégyszög. Érintőnéyszög. Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása Szabályos sokszög fogalmának ismerete Szabályos sokszög területe átdarabolással		
--	--	--

Geometriai transzformáció fogalma. példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés) Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, identitás, példák geometriai transzformációkra. Alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképének, pont körüli elforgatottjának, párhuzamos eltoltjának megszerkesztése hagyományosan és digitális eszközzel; geometriai szerkesztési feladatoknál a szerkeszthetőség feltételeinek vizsgálata, megállapítása. Vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmak. Műveletek vektorokkal: Összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Vektor koordinátái. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Eltolás. A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos	Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása, mint két tengelyes tükrözés egymásutánja M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában	<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata. <i>Fizika:</i> vektormennyiségek: erő, sebesség, gyorsulás, térerősség. Vektor felbontása merőleges összetevőkre
--	---	---

eltolás segítségével. A geometriai transzformációk tulajdonságai: fixpont, fix egyenes, fix sík, szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Alakzatok egybevágósága. Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel. Geometriai transzformációk szorzata. Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban. Szimmetrikus alakzatok, szimmetrián alapuló játékok. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása Négyszögek egybevágósága Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel;		
--	--	--

diskusszió Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)		
Geometriai szélsőérték-feladatok. Háromszögbe írt minimális területű háromszög. Izgonális pont.		<i>Földrajz:</i> minimális utak meghatározása.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Tételek, pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel, trapéz, húrtapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, , Kerületi és középponti szög. Húrnégyszög. Érintőnégyyszög konvex sokszög, szabályos sokszög Vektor. egybevágósági transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagram készítése hagyományos és digitális eszközzel. Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadásformájában Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján	<i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.

A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén	különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Terjedelem, gyakoriság, oszlopdiagram, kördiagram, relatív gyakoriság, átlag, medián, módusz, szórás.	
A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, pontthalmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltételek felismerése. – Bizonyítási módszerek ismerete és alkalmazása, a logikai szita alkalmazása feladatmegoldás során. – Konstruktív feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása. <i>Algebra</i> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása. – Számok normálalakja, normálalakokkal végzett műveletek alkalmazása.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	– Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. Polinom osztása polinommal. – Első- és abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szóveges feladatok megoldása. – Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. – A számológép használata. <i>Függvények, sorozatok</i> – A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás. – A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk elvégzése. – Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. <i>Geometria</i> – Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése. – Nevezetes pontthalmazok rendszerezése, alkalmazása. – A kör és részeinek ismerete. – Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnéyszögek tételei). – Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete. – Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása. – Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. – A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.
--	--

A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén	<i>Statisztika</i> – Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, szórásának meghatározása.
Továbbhaladás feltétele	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. <i>Algebra</i> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, szövegekből a lényeg kiemelésére. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.(Zérushely, monotonitás, szélsőérték, grafikon) – A tanult alapfüggvények ismerete – Egyszerű függvény-transzformációk végrehajtása. – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség. <i>Geometria</i> – Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.

Továbbhaladás feltételei	– Nevezetes pontthalmazok ismerete, szerkesztésük. – A kör és részeinek ismerete. Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete. – Szimmetria ismerete. – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök). – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete. – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal. – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete. – A háromszögekkel kapcsolatos egyszerű számítási feladatok elvégzése. <i>Statisztika</i> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
--	--

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási módszerek	20
2. Számtan, algebra	60
3. Geometria	40
4. Összefüggések, függvények, sorozatok	25
5. Valószínűség	20
Ellenőrzés, számonkérés	15
Az összes óraszám	180

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Halmazműveletek. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok. Egyszerű kombinatorikai feladatok. Kombinatorikus geometriai feladatok. Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása. Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása. A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazelmélet alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés. Logikai érték megállapítása, tagadás, és/vagy/ ha, ...akkor logikai jelentésének ismerete és alkalmazása. Állítás megfordításának megfogalmazása. Helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket. Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges fogalmak ismerete. Definíció, tétel, állítás. A köznap szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. A matematikai bizonyítás fogalma- direkt, indirekt bizonyítás, teljes indukció Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis) Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű	Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámolással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. Periodicitás, ismétlődés és kombinatorika, mint szervezőelv poetizált szövegekben.

feladatokban Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. Halmazok eszközjellegű használata A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben Adott állítás megfordításának megfogalmazása „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A	Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Stratégiai játékok, például egyszerű NIMjátékok, táblás játékok Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos	Mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés. Hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. Közlekedés. <i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel, informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa.
---	--	---

bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Stratégiai és logikai játékok Matematikatörténet: Pólya György, George Boole. Kombinatorika. Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismételés, a feladatmegoldási rutin mélyítése. (Permutáció, variáció – ismételés nélkül és ismételéssel. Kombináció – ismételés nélkül.) Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál. Skatulya elv. Gráfok alkalmazása a problémamegoldásban. Konkrét szituációk szemléltetése és feladatok megoldása gráfok segítségével.	hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	
--	---	--

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, faktoriális, binomiális együttható, gráfok, logika, tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „ha...”, „akkor...”, „akkor és csak akkor”. Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra. Valós számok. Algebrai kifejezések használata	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Számkör bővítés elvei, a valós számok halmazának ismerete. A négyzetgyök fogalma. Hatványozás. Normál alak. Nevezetes azonosságok. Azonos átalakítások. Nevezetes szorzatok. Helyettesítési érték. Diofantoszi egyenletek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése. n-edik gyök fogalma, azonosságok biztos használata. Algebrai kifejezések biztos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Négyzetgyök definíciója. Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével. A négyzetgyökvonás azonosságai $\sqrt{n}$ irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás.	Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.

Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése. Az n-edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. A szerkeszthetőség néhány kérdése. A tört kitevőjű hatvány. Permanencia-elv.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Négyzetgyök, n -edik gyök, gyökkitevő.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2.2. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek. Egyenletrendszer. Paraméteres egyenlet. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modellalkotása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjtése, rendszerezése. Megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontossága. A	

	problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számológép használata. Az önellenőrzés képességének fejlesztése. A matematika különböző területei közötti kapcsolat felismerése	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javaolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Szélsőérték-feladatok másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés. Számtani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra.	Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során. Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről Szöveges feladatok írása másodfokú egyenlethez	<i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximumproblémák, egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája, ütközések. <i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata, tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő

<u>Másodfokú egyenletek.</u> Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. <u>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</u> A megoldóképlet készségszintű alkalmazása. Számológép használata. <u>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</u> Diszkusszió. Önellenőrzés. <u>Gyöktényezős alak, Viète-formulák.</u> <u>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</u> Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Viète-formulák. Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával. Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák <i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel. Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.		számítása.
---	--	-------------------

Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése. Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben. Gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Önellenőrzés képességének fejlesztése. Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetszétválasztások, divergens gondolkodás fejlesztése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns, gyöktényezős alak, Viete formulák. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet. Számtani közép, mértani közép	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. Szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a művészetekben. Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számtani és mértani közép. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Középpontos hasonlósági transzformáció, a hasonlósági transzformáció, alakzatok hasonlósága. A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. A párhuzamos	Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján	<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti tervrajzok, festészet, építészet. <i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor az a hasznos, hogy adott térfogathoz nagyfelszín, illetve, amikor adott térfogathoz kis felszín tartozzon. <i>Ének-zene:</i> az arany metszés megjelenése zenei művekben.

szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése. Szögfelező tétel. Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés) Arányossági tételek háromszögekben. Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Aranymetszés. Kapcsolat a Fibonacci-sorozattal. Forgatva nyújtás. Ptolemaiosz tétele. <i>Matematikatörténet:</i> Ptolemaiosz. További nem távolságtartó transzformációk.		
--	--	--

Merőleges affinitás. Kapcsolat a függvény-transzformációkkal. Inverzió. (Csak mint példa nem távolságtartó transzformációra.) Néhány kapcsolódó tétel. Ceva és Menelaosz tétele. Euler tétele a beírt és körülírt kör középpontjának távolságára. Feuerbach-kör és Euler-egyenes. (Csak említés szintjén beszélünk róluk) <i>Matematikatörténet:</i> Euler.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép. középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények Hegyesszögek szögfüggvényei, trigonometrikus függvények	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel. Vektorok. Vektorokkal végzett műveletek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögeket és szakaszokat határozunk meg méréssel és számolással. <u>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója.</u> Hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója a derékszögű háromszögben; Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel (sinus, cosinus, tangens). A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: a vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, speciális háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján	<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása

tulajdonságaik. A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények általános értelmezése. 90°-360° szögfüggvényeinek származtatása a hegyesszögek szögfüggvényei alapján; A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések (pl.: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei) Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása; <u>Nevezetes szögek szögfüggvényei:</u> 30°; 60°; 45°. (Megtanulandók.) 18°, 36°, 54°, 72°. (Kiszámolás az „aranyháromszögből”.) Hegyesszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása. Háromszögek területének kiszámítása két oldal		
---	--	--

és a közbezárt szög ismeretében; A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Speciális négyszögek tulajdonságainak ismerete, alkalmazása, területük kiszámítása; sokszögek területének kiszámítása átdarabolással. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.		
A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.		<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása. <i>Informatika:</i> grafikonok elkészítése számítógépes programmal.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény, szinusz, koszinusz, tangens	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Esemény, kísérlet fogalma. Százalékszámítás. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Véletlen kísérletek adatainak rendszerezése, relatív gyakoriságok számolása, nagy elemszám esetén számítógép alkalmazása. A valószínűség és a relatív gyakoriság fogalmának mélyítése, kapcsolatuk belátása. Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmának megkülönböztetése és alkalmazása.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Véletlen jelenségek megfigyelése. Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése. Kocka- és pénzérme-dobások – csoportmunka. A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel. Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel		Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetelekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása. Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján	<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	valószínűségi kísérlet, esemény, kísérlet, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás
------------------------------------	--

A fejlesztés várt eredményei 10. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, használata, a skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <i>Számelmélet, algebra</i> – Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása. – A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása. – Másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása. – Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása. – Másodfokú paraméteres egyenletek megoldása. – Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában. – A számológép használata. <i>Geometria</i> – Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete. – Hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
--	---

A fejlesztés várt eredményei 10. évfolyam végén	– Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása. – Trigonometrikus függvények ábrázolása, transzformálása, jellemzése – Ceva-, Menelaosz-, Ptolemaiosz-, Euler-tétel ismerete, alkalmazása. <i>Valószínűség</i> – Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. – A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
Továbbhaladás feltételei	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. <i>Számтан, algebra</i> – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, szövegekből a lényeg kiemelésére. <i>Geometria</i> – A körrel kapcsolatos ismeretek használata gyakorlati számításokban.

Továbbhaladás feltételei	– A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete. – Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat). – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete. – A háromszögekről tanult ismeretek használata gyakorlati problémák megoldásánál. - Trigonometrikus függvények ábrázolása, jellemzése <i>Valószínűség</i> – Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. Kalsszikus modell használata egyszerű valószínűségi feladatokban.
--	---

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására.

Ez a szakasz az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikatanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknak.

Ez a kerettantervi elem a matematika főiskolai-egyetemi tanulására való felkészítést célozza meg. A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Több középiskolában a matematika emelt szintű csoportok tanulói bekapcsolódnak az iskola fakultációs rendszerébe. Ez a 11-12. évfolyamnak szóló kerettantervi fejezet természetesen alkalmas arra, hogy a 11–12. évfolyamos fakultációs csoportokban tanítsák. Ilyen csoportoknál viszont figyelemmel kell lenni arra, hogy ez a tanterv épít az alsóbb évfolyamok emelt szintű tanterveinek néhány elemére. Természetesen ezeket az ismereteket célszerű vagy a 11. év elején, vagy a megfelelő témakör tárgyalása előtt áttekinteni. Ehhez szükség lehet heti egy plusz órára.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre 15 órát terveztünk.

11. évfolyam

Tematikai egység címe	Órakeret	Órakeret fakultációval
1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	20	25
2. Számelmélet	20	25
3. Hatvány, gyök, logaritmus	35	40
4. Trigonometria	25	30
5. Koordinátageometria	45	45
6. Statisztika, valószínűség	20	30
Ellenőrzés, számonkérés	15	15
Az összes óraszám	180	210

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 20 óra	
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulya elv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráfhasználat feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok. Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. Matematikatörténet: Cantor, Hilbert, Gödel.		A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok	Filozófia: Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság Biológia-egészségtan: genetika. Filozófia: Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.
A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értéke Logikai kifejezések megfelelő használata Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása		Anagramma készítése a tanulók neveiből A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével	

Stratégiai és logikai játékok Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek, műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra. Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel. (Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétlés, rendszerezés.) Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal.	Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése	
---	--	--

Néhány kombinatorikus geometriai probléma. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok fokszámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör. Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismételés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler. A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható, logikai műveletek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. 3. Oszthatóság	Órakeret 20 óra	
Előzetes tudás	Prímszám, összetett szám, összetett számok prímtényező felbontása 1000-es számkörben; természetes számok legnagyobb közös osztója és legkisebb közös többszöröse, helyi érték, alaki érték, valódi érték, a számok helyi értékes írásmódja nagy számok esetén, különböző alapú számrendszerekben; 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályok, a természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Előző években tanultak elmélyítése		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok

Oszthatóság alapvető fogalmai, oszthatósági szabályok; összetett oszthatósági szabályok. Analógiák nem tízes alapú számrendszerek oszthatósági szabályaiban. NIM játék. Példák egyéb számokkal (pl. 7-tel) való oszthatóságra tízes számrendszerben. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban. Helyi értékes írásmód 10-es és más alapú számrendszerekben, számhalmazok felépítése. Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata. Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete, irracionális számok. Számhalmazok műveleti zártsága. 2. Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)	Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztrükkök” bemutatása Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás Halmazábra elkészítése a számhalmazokról	
---	---	--

Prímszám, összetett számok felbontása prímszámok szorzatára; két természetes szám legnagyobb közös osztója és legkisebb közös többszöröse, prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről. Kis Fermat-tétel. Néhány speciális prím: pl. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek, Sophie Germain-prímek Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat. Diofantoszi egyenletek. Lineáris diofantoszi egyenlet. Az $ax + by + cxy = d$ típusú diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. <i>Matematikatörténet:</i> Diofantosz.	Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére	<i>Informatika:</i> nagy prímek szerepe a titkosításban.
---	---	---

Kulcsfogalmak/ fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek Osztó, többszörös, prím, prímtényezős felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökkvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalma. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedezése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése. Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel. Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén. Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségrevezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése	A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet- számítás. <i>Fizika:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmelési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás). <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> régészeti leletek – kormeghatározás.

A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése. A kiválasztott modellben a probléma megoldása. A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve.	Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszközsegítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése	
Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival. A logaritmus fogalma. Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel. A logaritmus azonosságai. Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.		

<i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat. Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél. Paraméteres exponenciális és logaritmosos egyenletek. Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Trigonometria	Órakeret 25 óra	
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések. Trigonometrikus függvények ábrázolása, jellemzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedezése más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése A szögfüggvények és összefüggéseik ismétlése Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség		Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában. Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Fizika: munka, elektromosságtan. Technika, életvitel és gyakorlat: alakzatok adatainak meghatározása. Földrajz: távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS-helymeghatározás.

kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. Szemléletes kép, bizonyítások nélkül. Színusztétel. Koszínusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok. Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, egy szög kétszeresének szögfüggvényei, félkörök szögfüggvényei,		<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
---	--	---

két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel. Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Skaláris szorzat, szinusztétel, koszinusztétel, addíciós tétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Koordinátageometria	Órakeret 45 óra
---	--------------------------------------	-------------------------------

Előzetes tudás	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A Descartes-féle koordináta-rendszer. A helyvektor és a szabadvektor. Rendszerező ismételtes. A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján , A Pitagorasz-tétel alkalmazása	„Torpedójáték” koordináta-rendszerben Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata. <i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja. <i>Fizika:</i> mérések értékelése. <i>Informatika:</i> _____számítógépes program használata. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata. <i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör. <i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata.

Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata. Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazása, vektorok használata, koordináták számolása. Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei. Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszerében. Iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.		
---	--	--

Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata. A kör egyenlete. A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések. A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.		
---	--	--

A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniosz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat. Kapcsolat a matematika különböző területei között		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, , irányvektor, normálvektor, iránytényező, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete, parabola egyenlete	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Statisztika, valószínűség	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtés és rendszerezés; reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőinek meghatározása, értelmezése és értékelése Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal (átlag, medián, módusz, szórás. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közzvélemény-kutatás. Statisztikai évkönyv. Minőség-ellenőrzés.	Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között A Simpson-paradoxon bemutatása példákön Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése	<i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.

Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet: George Boole.</i> Konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalma Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására Példák ismerete független és nem független eseményekre A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása A geometriai valószínűség fogalmának ismerete	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése	
---	---	--

és alkalmazása szerencsejátékok elemzése Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd. A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás valószínűség, események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték	

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – A kombinatorikai problémák rendszerezése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <i>Számelmélet, algebra</i> - Prímszám, összetett szám, relatív prím, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, osztók száma- - Diofantoszi egyenletek. – A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmikus egyenletek megoldása, ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – A számológép biztos használata. <i>Függvények, az analízis elemei</i> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
---	---

A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén	– Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel <i>Geometria</i> – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták. – Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata. – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <i>Valószínűség, statisztika</i> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja. – Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
A továbbhaladás feltételei	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése. – A kombinatorikai problémák rendszerezése. – Bizonyítási módszerek áttekintése. – A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <i>Számtan, algebra</i> - Prímszám, összetett szám, relatív prím, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, osztók száma-

A továbbhaladás feltételei	- Diofantoszi egyenletek – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete, alkalmazása alap feladatokban. – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> – Trigonometrikus, exponenciális, logaritmusfüggvény értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Az alapfüggvények ábrái és legfontosabb tulajdonságainak vizsgálata (értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás). <i>Geometria</i> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében. – A szinusztétel és a koszinusztétel alkalmazása alapfeladatok megoldásában. – Hosszúság és szög kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – Szakaszcsofelezőpontja koordinátáinak kiszámítása. – A kör középponti egyenletének ismerete. – Az egyenes egy szabadon választott egyenletének a tudása – Távozság, szög számítása a koordináta-rendszerben
--	---

A továbbhaladás feltételei	– Két egyenes metszéspontjának a meghatározása. – Kör és egyenes kölcsönös helyzetének vizsgálata <i>Valószínűség, statisztika</i> – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
--	--

12. évfolyam

Tematikai egység címe	Órakeret: 150 óra	Órakeret fakultávióval: 180 óra
1. Sorozatok		28
2. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása		7
3. Folytonosság, differenciálszámítás		30
4. Integrálszámítás, térgeometria		55
5. Rendszerező összefoglalás		50
Ellenőrzés, számonkérés		10
Az összes óraszám		180

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Sorozatok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések, logaritmus fogalma. Százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalma	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval. Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat n-edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci. Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint Számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírása az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összege Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.	Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gaussmódszerével A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével	<i>Informatika:</i> algoritmusok. <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.

A számtani sorozat, mint lineáris és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása. Mértani sorozatokra vonatkozó ismeret használata gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása, hitel, THM, gyűjtőjáradék. Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása Véges sorok összegzése. Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek. Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok.		
--	--	--

Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$ $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv. Végtelen sorok. Végtelenen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	számsorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Közepek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat optimális megoldások keresésében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek. (Többváltozós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes közepek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokús és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatosközelítés módszerével. Bernoulli-egyenlőtlenség. Cauchy-egyenlőtlenség.		

Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.) Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szélsőértékhely, szélsőérték. Nevezetes közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására. <i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése. <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\tan x$ közelítésére kis szög esetében. <i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre. <i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi

kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke. A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.) Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása. A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is.		sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége. <i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata. <i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése. <i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.
--	--	--

Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabbrendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass. A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel.		
--	--	--

(Szemléletes kép.) Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata. Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel. Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Térgeometria, Integrálszámítás	Órakeret: 55 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket; hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek. Hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályok. Származtatott mértékegységek átváltása, Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás térben. Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Az integrálszámítás módszereivel találkozva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet kialakítása a térgeometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása. A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)	A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről) Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs

	Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	programok használata <i>Művészetek:</i> szimmetriák. <i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata. <i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Potenciál, munkavégzés_elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség. Newton munkássága. Tehetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága és hajlásszöge; Mértani testek csoportosítása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a		

csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságai, a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp felszíne, hálója. A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással Érintőpoliéderek térfogata. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, ne precíz módszerrel.) Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Ortogonalis tetraéder.		
--	--	--

Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.		
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján. Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.		

Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai. Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: hatványfüggvény, polinomfüggvény, trigonometrikus függvények, exponenciális függvény, logaritmushatványfüggvény. A Newton-Leibniz-tétel. Integrálási módszerek: Integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton, Leibniz, Euler. Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és		
---	--	--

fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csomkakúp, gömb, gömbszelet térfogata. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek. Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor. (Formális meghatározás integrálással.) Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csomkakúp, csomkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálaja. Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Rendszerező összefoglalás	Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	A 4 év matematika-tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerzés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között. Elemzőkészség, kreativitás fejlesztése. Felkészítés a felsőfokú oktatásra.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Javasolt tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. <i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció.		<i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.

Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.		
<i>Algebra és számelmélet</i> <i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. Matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmikus kifejezések átalakításai. <i>Számelmélet</i> Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása. <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Lineáris és lineárisra visszavezethető		<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása. <i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.

egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek. <i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> <i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytani		
---	--	--

modellek szerint. <i>Sorozatok, sorok</i> A sorozat fogalma. Számtani, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. <i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. A határozott integrál alkalmazásai. Improprius integrál.		
---	--	--

<i>Geometria</i> <i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes pontthalmazok. Síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. <i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. <i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinus- és koszinusztétel.	.	<i>Művészetek:</i> szimmetriák, aranymetszés. <i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata <i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. <i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűség-számítási modellje. <i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.
--	----------	---

A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. <i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához. <i>Valószínűségszámítás, statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A matematika különböző területeinek		
--	--	--

összekapcsolása: Boole-algebra. Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei. <i>Motivációs témakörök</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. (Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról.) Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok.		
---	--	--

Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.		
---	--	--

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén	<i>Függvények, az analízis elemei</i> – Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk. – Exponenciális folyamatok matematikai modellje. – A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. – Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. <i>Geometria</i> – Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. – Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. <i>Összességében</i> A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai
---	---

A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén	problémákat. Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.
A továbbhaladás feltételei	<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> – A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben. <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> Számtani és mértani sorozat esetén az n-edik tag, és az első n elem összegének a kiszámítása feladatokban. Kamatoskamat-számítás alkalmazása egyszerű gyakorlati feladatokban <i>Geometria</i> Tételek kölcsönös helyzetének, távolságuk, hajlásszögük definíciójának ismerete. A megismert felszín- és térfogat-számítási képletek alkalmazása egyszerű feladatokban.

A továbbhaladás feltételei	<i>Valószínűség, statisztika</i> Egyszerű klasszikus valószínűség-számítási feladatok megoldása. <i>Határérték, differenciálszámítás, integrálszámítás</i> Egyszerű feladatok megoldása. Az előző években felsorolt továbbhaladási feltételek erre az évre mind érvényesek.
---	--

Matematika emelt óraszámú kerettanterv (2012) A változata és a 2020. évi kerettanterv alapján készült.